

(D1) Двоен пулсар

През последните няколко десетилетия са открити голям брой милисекундни пулсари с период на въртене около оста им $P < 10 \text{ ms}$. Оказва се, че голяма част от тези пулсари се намират в двойни системи и се движат по почти кръгови орбити.

За един пулсар, който се намира в двойна система, измерваният период на въртене около оста му (P) и измерваното ускорение по лъча на зрение (a) се променят с времето поради неговото орбитално движение. Ако орбитата на пулсара е кръгова, това изменение може да бъде описано математически, като функция на орбиталната фаза на пулсара ϕ ($0 \leq \phi \leq 2\pi$), по следния начин:

$$P(\phi) = P_0 + P_t \cos\phi \quad \text{where } P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

$$a(\phi) = -a_t \sin\phi \quad \text{where } a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

където P_B е орбиталният период на двойната система, P_0 е истинският период на въртене на пулсара около оста му, а r е радиусът на кръговата орбита по която той се движи.

В таблицата са дадени резултатите от измерванията на P и a , в различни моменти от време (епохи), T , изразени в Truncated Julian Days (**TJD**), т.е. брой дни след **JD = 2 440 000,5**.

No.	T (TJD)	P (μs)	a (m s^{-2})
1	5740.654	7587.8889	- 0.92 \pm 0.08
2	5740.703	7587.8334	- 0.24 \pm 0.08
3	5746.100	7588.4100	- 1.68 \pm 0.04
4	5746.675	7588.5810	+ 1.67 \pm 0.06
5	5981.811	7587.8836	+ 0.72 \pm 0.06
6	5983.932	7587.8552	- 0.44 \pm 0.08
7	6005.893	7589.1029	+ 0.52 \pm 0.08
8	6040.857	7589.1350	+ 0.00 \pm 0.04
9	6335.904	7589.1358	+ 0.00 \pm 0.02

Ако начертаем графика показваща зависимостта на ускорението $a(\phi)$ като функция на $P(\phi)$, ние ще получим т.нар. параметрична крива. Както се вижда от горните равенства, тази крива, начертана в координатна система период - ускорение, е елипса.

В тази задача, Вие ще оцените истинския период на въртене на пулсара, P_0 , неговия орбитален период, P_B , и радиуса на орбитата му, r , чрез анализ на предоставения набор от данни, като предполагаеме, че пулсарът се движи по кръгова орбита.

- (D1.1) Нанесете данните от таблицата, в координатна система период-ускорение, ($P - a$), като означите и грешките (error bars). Напишете над графиката “D1.1”. 7
- (D1.2) Върху графика “D1.1” начертайте елипсата, която описва по най-добър начин тези данни. 2
- (D1.3) Използвайте начертаната графика, за да оцените стойностите на P_0 , P_t и a_t . Направете оценка и за техните грешки. 7
- (D1.4) Получете изрази за P_B и r като функции на P_0 , P_t , a_t . 4
- (D1.5) Пресметнете приблизителните стойности на P_B и r , използвайки Вашите оценки, направени в подусловие (D1.3), като оцените и техните грешки. 6
- (D1.6) Пресметнете орбиталните фази, ϕ , които съответстват на наблюденията със следните номера на редовете в таблицата: 1, 4, 6, 8, 9. 4

(D1.7) Подобрете оценката си за орбиталния период, P_B , използвайки резултатите от подусловие (D1.6), по следния начин:

(D1.7a) Първо, определете началния момент (initial epoch), T_0 , която съответства на най-скорошния момент в който орбиталната фаза е била равна на 0, преди началото на наблюденията. 2

(D1.7b) Очакваният момент, T_{calc} , съответстващ на всяка една фаза, се задава с израза: 7

$$T_{\text{calc}} = T_0 + \left(n + \frac{\phi}{360^\circ} \right) P_B,$$

където n е броят пълни орбитални цикли, които са преминали от между T_0 и T (или T_{calc}). Оценете стойностите на n и T_{calc} за всяко едно от наблюденията, разгледани в подусловие (D1.6). Пресметнете разликата T_{O-C} между наблюдавания момент T и изчисления момент T_{calc} . Въведете получените резултати в съответните полета в таблицата за отговори (Summary Answersheet).

(D1.7c) Начертайте графика на зависимостта T_{O-C} от n и я означете с “D1.7”. 4

(D1.7d) Определете уточнените стойности на началния момент (initial epoch), $T_{O,r}$, и на орбиталния период, $P_{B,r}$. 7

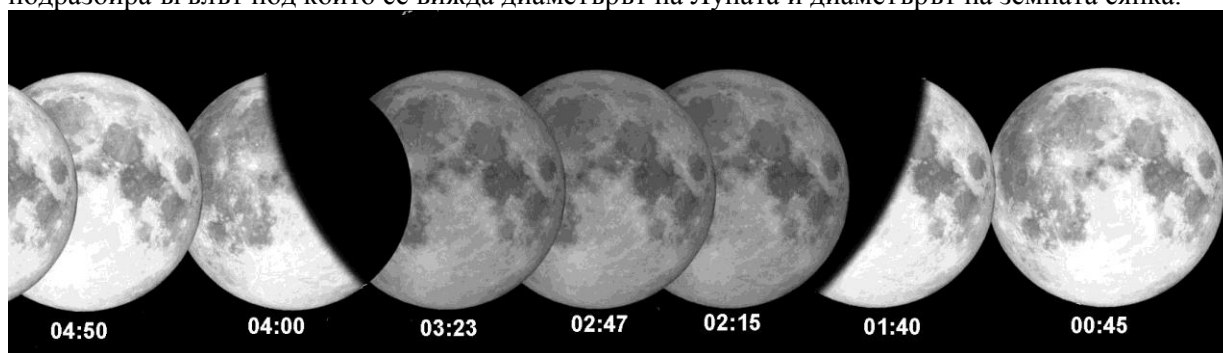
(D2) Разстояние до Луната

В таблицата са дадени геоцентричните ефемериди на Луната за месец Септември 2015г. Данните във всеки ред се отнасят за момента 0:00 UT на съответната дата.

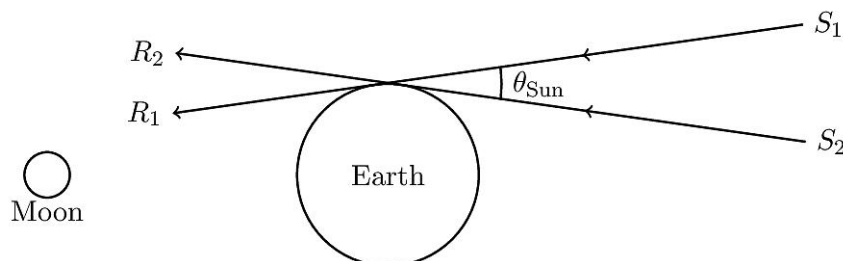
Дата	R.A. (α)			Dec. (δ)			Ъглов размер (θ) "	Фаза (ϕ)	Елонгация На Луната
	h	m	s	°	'	"			
Септ. 01	0	36	46.02	3	6	16.8	1991.2	0.927	148.6° W
Септ. 02	1	33	51.34	7	32	26.1	1974.0	0.852	134.7° W
Септ. 03	2	30	45.03	11	25	31.1	1950.7	0.759	121.1° W
Септ. 04	3	27	28.48	14	32	4.3	1923.9	0.655	107.9° W
Септ. 05	4	23	52.28	16	43	18.2	1896.3	0.546	95.2° W
Септ. 06	5	19	37.25	17	55	4.4	1869.8	0.438	82.8° W
Септ. 07	6	14	19.23	18	7	26.6	1845.5	0.336	70.7° W
Септ. 08	7	7	35.58	17	23	55.6	1824.3	0.243	59.0° W
Септ. 09	7	59	11.04	15	50	33.0	1806.5	0.163	47.5° W
Септ. 10	8	49	0.93	13	34	55.6	1792.0	0.097	36.2° W
Септ. 11	9	37	11.42	10	45	27.7	1780.6	0.047	25.1° W
Септ. 12	10	23	57.77	7	30	47.7	1772.2	0.015	14.1° W
Септ. 13	11	9	41.86	3	59	28.8	1766.5	0.001	3.3° W
Септ. 14	11	54	49.80	0	19	50.2	1763.7	0.005	7.8° E
Септ. 15	12	39	50.01	-3	20	3.7	1763.8	0.026	18.6° E
Септ. 16	13	25	11.64	-6	52	18.8	1767.0	0.065	29.5° E
Септ. 17	14	11	23.13	-10	9	4.4	1773.8	0.120	40.4° E
Септ. 18	14	58	50.47	-13	2	24.7	1784.6	0.189	51.4° E
Септ. 19	15	47	54.94	-15	24	14.6	1799.6	0.270	62.5° E
Септ. 20	16	38	50.31	-17	6	22.8	1819.1	0.363	73.9° E
Септ. 21	17	31	40.04	-18	0	52.3	1843.0	0.463	85.6° E
Септ. 22	18	26	15.63	-18	0	41.7	1870.6	0.567	97.6° E
Септ. 23	19	22	17.51	-17	0	50.6	1900.9	0.672	110.0° E
Септ. 24	20	19	19.45	-14	59	38.0	1931.9	0.772	122.8° E
Септ. 25	21	16	55.43	-11	59	59.6	1961.1	0.861	136.2° E
Септ. 26	22	14	46.33	-8	10	18.3	1985.5	0.933	150.0° E
Септ. 27	23	12	43.63	-3	44	28.7	2002.0	0.981	164.0° E
Септ. 28	0	10	48.32	0	58	58.2	2008.3	1.000	178.3° E
Септ. 29	1	9	5.89	5	38	54.3	2003.6	0.988	167.4° W
Септ. 30	2	7	39.02	9	54	16.1	1988.4	0.947	153.2° W

На изображението по-долу е показано съставно изображение, получено от поредица снимки на Луната, заснети в различни моменти, по време на пълното лунното затъмнение, което се е наблюдавало през месец Септември 2015г. Центърът на всяка една индивидуална снимка е съвпадала с централната линия на земната сянка, ориентирана в посоките север-юг, след което изображенията са били насложени едно върху друго.

В тази задача приемаме, че наблюдателят се намира в центъра на Земята. Под ъглов размер се подразбира ъгълът под който се вижда диаметърът на Луната и диаметърът на земната сянка.



- (D2.1) В момента на апогей, Луната е била най-близо до фаза: 3
 Новолуние / Първа четвърт / Пълнолуние / Последна четвърт.
 New Moon / First Quarter / Full Moon / Third Quarter
 Отбележете Вашия избор в бланката за отговори (Summary Answersheet). Не е нужно да обосновате Вашия отговор.
- (D2.2) Когато през месец септември 2015г., Луната преминава през възходящия възел (относно еклиптиката) на своята орбита, нейната фаза е била най-близо до: 4
 Новолуние / Първа четвърт / Пълнолуние / Последна четвърт.
 New Moon / First Quarter / Full Moon / Third Quarter
 Отбележете Вашия избор в бланката за отговори (Summary Answersheet). Не е нужно да обосновате Вашия отговор.
- (D2.3) Оценете ексцентрицитета, e , на лунната орбита, използвайки данните от таблицата. 4
- (D2.4) Оценете колко пъти видимия ъглов размер на сянката на Земята (на разстоянието до Луната), θ_{umbra} , е по-голям от видимия ъглов размер на Луната, θ_{Moon} . Извършете Вашите графични построения върху изображенията на Луната и изображението на земната сянка, дадени на втората страница на бланката за отговори (Summary Answersheet). 8
- (D2.5) Видимият ъглов диаметър на Слънцето, спрямо земен наблюдател, по време на лунното затъмнение е бил $\theta_{\text{Sun}} = 1915.0''$. На фигурата по-долу S_1R_1 и S_2R_2 са лъчи, които идват от две диаметрално противоположни точки на слънчевия диск. На фигурата не е спазен мащабът. 9



- Пресметнете колко пъти видимия ъглов размер, θ_{penumbra} , на полусянката е по-голям от видимия размер на Луната, θ_{Moon} . Приемете, че наблюдателят се намира в центъра на Земята.
- (D2.6) Нека с θ_{Earth} да означим видимия ъглов размер на Земята за наблюдател, който се намира в центъра на Луната. Намерете каква част от θ_{Earth} е видимият ъглов размер на Луната, θ_{Moon} , гледана от центъра на Земята, по време на затъмнението. 5
- (D2.7) Оценете радиуса на Луната, R_{Moon} , в km, използвайки резултата, който получихте по-горе. 3
- (D2.8) Оценете минималното разстояние, r_{perigee} , и максималното разстояние, r_{apogee} , до Луната. 4
- (D2.9) Използвайте подходящите данни от таблицата и намерете разстоянието, d_{Sun} , между Земята и Слънцето на 10-ти Септември. 10

(D3) **Свръхнови от тип Ia**

Свръхновите от тип Ia играят важна роля за измерването на големи извънгалактични разстояния. Те имат много характерна крива на блясъка и поради това е лесно да се определи дали една свръхнова принадлежи към този тип.

Кривите на блясъка на всички свръхнови от тип Ia са изключително подобри една на друга, но само когато блясъкът е представен като функция на времето по подходящ начин. За да се направи това, първо трябва една крива на блясъка да се представи в отправна система, неподвижно свързана с галактиката, в която свръхновата избухва, т.е. да се отчете космологичното удължаване на времевите интервали. Вследствие от него, всеки един наблюдаван времеви интервал Δt_{obs} , е $(1 + z)$ пъти по-продължителен отколкото е в отправната система, неподвижно свързана с галактиката (z е червеното преместване на галактиката). В тази отправна система, продължителността на интервала е Δt_{gal} .

Нека в отправна система, свързана със свръхнова, тя намалява своя блясък с две звездни величини за интервал от време Δt_0 след максимума. За различните свръхнови от тип Ia този интервал е различен. Обаче е установено, че съществува параметър s с който ако умножим скалата на собственото време на една свръхнова (на нейната галактика) $\Delta t_s = s \Delta t_{\text{gal}}$, кривите на блясъка на всички свръхнови придобиват една и съща форма. Оказва се, че параметърът s е характеристика на самата свръхнова и зависи линейно от абсолютната звездна величина, M_{peak} , която свръхновата има в максимума на своя блясък. Зависимостта между двете величини може да се представи във вида:

$$s = a + bM_{\text{peak}},$$

където a и b са константи.

Ако е известен параметърът s на една далечна свръхнова, може да бъде изчислена нейната абсолютната звездна величина, като се използва горното равенство.

В таблицата са включени следните данни за три свръхнови: модул на разстоянието μ (за първите две), скорост на отдалечаване, cz , и техните видими звездни величини, m_{obs} , в различни моменти от време. Времето, $\Delta t_{\text{obs}} \equiv t - t_{\text{peak}}$ показва колко денонощия са минали от момента в който свръхнова е имала максимален блясък, до момента в който е измерена съответната ѝ звездна величина. Включените в таблицата звездни величини са коригирани за междузвездна и атмосферна екстинкция.

Име	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
μ (mag)	34.27	35.64	
cz (km s ⁻¹)	4515	9426	12060
Δt_{obs} (d)	m_{obs} (mag)	m_{obs} (mag)	m_{obs} (mag)
-15.00	19.41	18.35	20.18
-10.00	17.48	17.26	18.79
-5.00	16.12	16.42	17.85
0.00	15.74	16.17	17.58
5.00	16.06	16.41	17.72
10.00	16.72	16.82	18.24
15.00	17.53	17.37	18.98
20.00	18.08	17.91	19.62
25.00	18.43	18.39	20.16
30.00	18.64	18.73	20.48

- (D3.1) Пресметнете стойностите на посочените времеви интервали Δt_{gal} , в отправни системи, спрямо които галактиките, където избухват свръхновите, са неподвижни. Запишете получените от Вас стойности в съответните полета на таблицата, която се намира на ОБРАТНАТА страна на бланката за отговори (Summary Answersheet).

- На една и съща графика, начертайте кривите, които показват изменението на блясъка на свръхновите в неподвижна отправна система. Надпишете графиката с “D3.1”).
- (D3.2) Приемете, че параметърът, s_2 , за свръхновата SN2006IS е равен на 1.00. Пресметнете съответните параметри s_1 и s_3 , за двете свръхнови SN2006TD и SN2005LZ, съответно, след като определите продължителността на интервала Δt_0 за всяка една от тях. 5
- (D3.3) Пресметнете скалираните времеви интервали, Δt_s , за трите свръхнови. Напишете получените от Вас стойности в същите таблици в бланката за отговори (Summary Answersheet). 14
На друга графика начертайте кривите, които показват изменението на блясъка на трите свръхнови така, че да може да се провери, че те вече имат еднакъв профил. Надпишете тази графика с “D3.3”.
- (D3.4) Пресметнете абсолютните звездни величини в максимума на блясъка $M_{\text{peak}1}$, за SN2006TD и $M_{\text{peak}2}$, за SN2006IS. Използвайте тези стойности, за да пресметнете константите a и b . 6
- (D3.5) Пресметнете абсолютната звездна величина в максимума на блясъка $M_{\text{peak}3}$, и модула на разстоянието, μ_3 , за свръхновата SN2005LZ. 4
- (D3.6) Използвайте стойността на модула на разстоянието μ_3 , за да оцените стойността на константата на Хъбъл, H_0 . След това, оценете възрастта на Вселената, T_H . 6