

**(D1) Sistema Binario de Pulsar**

A través de búsquedas sistemáticas durante las últimas décadas, los astrónomos han encontrado un gran número de pulsares de milisegundos (período de giro  $< 10$  ms). La mayoría de estos pulsares se encuentran en sistemas binarios, con órbitas circulares.

Para un pulsar en una órbita binaria, el periodo de giro de pulsar medido ( $P$ ) y la aceleración en línea de mira medida ( $a$ ) donde ambas varían simétricamente debido al movimiento orbital. Para orbitas circulares esta variación puede ser descrita matemáticamente en términos de la fase orbital  $\phi$  ( $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ) donde,

$$P(\phi) = P_0 + P_t \cos\phi \quad \text{where } P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

$$a(\phi) = -a_t \sin\phi \quad \text{where } a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

donde  $P_B$  es el periodo orbital de las binarias,  $P_0$  es el periodo intrínseco de giro del pulsar y  $r$  el radio de la órbita.

La siguiente tabla da un conjunto de medidas de  $P$  y  $a$  en diferentes momentos heliocéntricos. Expresadas en Días Julianos (tMJD). i.e. el número de días desde MJD es 2440000

No	T (tMJD)	P ( $\mu$ s)	a ( $m s^{-2}$ )
1	5740.654	7587.8889	$-0.92 \pm 0.08$
2	5740.703	7587.8334	$-0.24 \pm 0.08$
3	5746.100	7588.4100	$-1.68 \pm 0.04$
4	5746.675	7588.5810	$+1.67 \pm 0.06$
5	5981.811	7587.8836	$+0.72 \pm 0.06$
6	5983.932	7587.8552	$-0.44 \pm 0.08$
7	6005.893	7589.1029	$+0.52 \pm 0.08$
8	6040.857	7589.1350	$+0.00 \pm 0.04$
9	6335.904	7589.1358	$+0.00 \pm 0.02$

Graficando  $a(\phi)$  como función de  $P(\phi)$ , se puede obtener una curva paramétrica. De lo que se hace evidente de la relación de arriba, que en el espacio de periodo-aceleración el movimiento se halla en una elíptica.

En este problema se estimaremos el periodo intrínseco de giro,  $P_B$ , y el radio orbital,  $r$ , para el análisis de estos datos asuma una órbita circular.

- (D1.1) Grafique los datos de periodo vs aceleración, incluya las barras de error (marque su gráfica como "D1.1").
7
- (D1.2) Dibuje la elipse que más se ajusta a los datos (en el mismo gráfico de "D1.1").
2
- (D1.3) Del gráfico estime  $P_0$ ,  $P_t$ ,  $a_t$ , incluyendo los márgenes de error.
7
- (D1.4) Escriba la expresión para  $P_B$  y  $r$  en términos de  $P_0$ ,  $P_t$ ,  $a_t$ .
4
- (D1.5) Calcule el valor aproximado de  $P_B$  y  $r$  basándose en la estimaciones realizadas en (D1.3), incluyendo los márgenes de error.
6
- (D1.6) Calcule la fase de la órbita,  $\phi$ , correspondientes a las siguientes 5 observaciones en la tabla de arriba. Datos de la columna No. 1, 4, 6, 8, 9.
4
- (D1.7) Refine su estimación del periodo orbital,  $P_B$ , usando los resultados de la parte (D1.6) utilizando el siguiente camino,
2
- (D1.7a) Primero determine el,  $T_0$ , que corresponde al momento más cercano al cero de la fase orbital antes de la primera vez que se observa.
2

- (D1.7b) EL tiempo esperado,  $T_{\text{calc}}$ , del ángulo de fase estimada de cada observación es dado por la siguiente expresión, 7

$$T_{\text{calc}} = T_0 + \left( n + \frac{\phi}{360^\circ} \right) P_B,$$

donde  $n$  es el número de vueltas completas que se pueden realizar entre  $T_0$  y  $T_{\text{calc}}$ . Estime  $n$  y  $T_{\text{calc}}$  para cada una de las 5 observaciones en la parte (D1.6). Ante la diferencia  $T_{O-C}$  entre las observaciones  $T$  (or  $T_{\text{calc}}$ ). Anote estos cálculos en la tabla dada en la hoja de respuestas.

- (D1.7c) Grafique  $T_{O-C}$  de nuevo con  $n$  (marque su gráfica como “D1.7”). 4

- (D1.7d) Determine los valores mejorados del momento inicial  $T_{0,r}$ , y el periodo orbital,  $P_{B,r}$ . 7

**(D2) Distancia a la Luna**

Las efemérides geocéntricas de la Luna para septiembre del 2015 sin dadas en la siguiente tabla. Cada una fue dada para las 00:00 UT

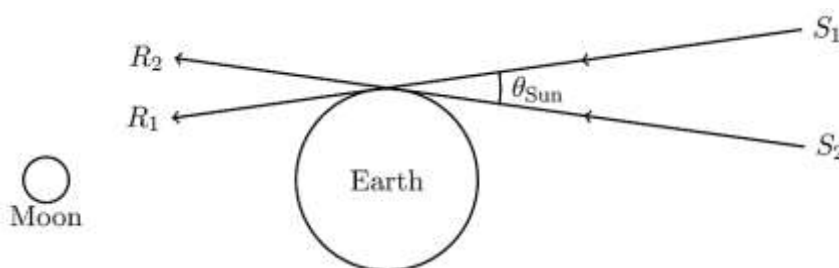
Fecha	A.R. ( $\alpha$ )			Dec. ( $\delta$ )			Tamaño Angular	Fase	Elongación
	h	m	s	°	'	"	( $\theta$ )"	( $\phi$ ) %	De la Luna
Sep 01	0	36	46.02	3	6	16.8	1991.2	0.927	148.6° W
Sep 02	1	33	51.34	7	32	26.1	1974.0	0.852	134.7° W
Sep 03	2	30	45.03	11	25	31.1	1950.7	0.759	121.1° W
Sep 04	3	27	28.48	14	32	4.3	1923.9	0.655	107.9° W
Sep 05	4	23	52.28	16	43	18.2	1896.3	0.546	95.2° W
Sep 06	5	19	37.25	17	55	4.4	1869.8	0.438	82.8° W
Sep 07	6	14	19.23	18	7	26.6	1845.5	0.336	70.7° W
Sep 08	7	7	35.58	17	23	55.6	1824.3	0.243	59.0° W
Sep 09	7	59	11.04	15	50	33.0	1806.5	0.163	47.5° W
Sep 10	8	49	0.93	13	34	55.6	1792.0	0.097	36.2° W
Sep 11	9	37	11.42	10	45	27.7	1780.6	0.047	25.1° W
Sep 12	10	23	57.77	7	30	47.7	1772.2	0.015	14.1° W
Sep 13	11	9	41.86	3	59	28.8	1766.5	0.001	3.3° W
Sep 14	11	54	49.80	0	19	50.2	1763.7	0.005	7.8° E
Sep 15	12	39	50.01	-3	20	3.7	1763.8	0.026	18.6° E
Sep 16	13	25	11.64	-6	52	18.8	1767.0	0.065	29.5° E
Sep 17	14	11	23.13	-10	9	4.4	1773.8	0.120	40.4° E
Sep 18	14	58	50.47	-13	2	24.7	1784.6	0.189	51.4° E
Sep 19	15	47	54.94	-15	24	14.6	1799.6	0.270	62.5° E
Sep 20	16	38	50.31	-17	6	22.8	1819.1	0.363	73.9° E
Sep 21	17	31	40.04	-18	0	52.3	1843.0	0.463	85.6° E
Sep 22	18	26	15.63	-18	0	41.7	1870.6	0.567	97.6° E
Sep 23	19	22	17.51	-17	0	50.6	1900.9	0.672	110.0° E
Sep 24	20	19	19.45	-14	59	38.0	1931.9	0.772	122.8° E
Sep 25	21	16	55.43	-11	59	59.6	1961.1	0.861	136.2° E
Sep 26	22	14	46.33	-8	10	18.3	1985.5	0.933	150.0° E
Sep 27	23	12	43.63	-3	44	28.7	2002.0	0.981	164.0° E
Sep 28	0	10	48.32	0	58	58.2	2008.3	1.000	178.3° E
Sep 29	1	9	5.89	5	38	54.3	2003.6	0.988	167.4° W
Sep 30	2	7	39.02	9	54	16.1	1988.4	0.947	153.2° W

El gráfico compuesto<sup>1</sup> a continuación muestra varias instantáneas de la Luna tomadas en diferentes momentos durante el eclipse lunar total, que ocurrió en este mes. Para cada disparo, el centro del cuadro de captura coincidía con la línea que apunta al centro de la umbra.

Para este problema, suponga que el observador está en el centro de la Tierra.



- (D2.1) En el mes de Septiembre de 2015 el apogeo de la órbita lunar es cercana a, Luna Nueva/Cuarto Creciente/Luna Llena/Curto Menguante. 3  
 Marque la respuesta correcta en la hoja e respuestas. No es necesario justificar su respuesta.
- (D2.2) En el mes de Septiembre de 2015 el nodo ascendente de la órbita Lunar con respecto a la eclíptica es cercano a, Luna Nueva/ Cuarto Creciente / Luan Llena/ Cuarto Menguante 4
- (D2.3) Estim la excentricidad,  $e$ , de la órbita lunar utilizando los datos dados.
- (D2.4) Estime el tamaño ángulo angular de la umbra,  $\theta_{umbra}$ , en términos del tamaño de la Luna,  $\theta_{Moon}$ . Muestre su trabajo sobre la imagen dada en la parte trasera de la hoja de respuestas. 8
- (D2.5) El ángulo subtendido por el sol en la tierra en el día del eclipse Lunar es conocido que es  $\theta_{Sun} = 1915.0''$ . En la figura de abajo,  $S_1R_1$  y  $S_2R_2$  son rayos provenientes de direcciones de puntos diametralmente opuestas respecto al disco solar. (La figura no esta a escala) 9



- Calcule el tamaño angular de la penumbra,  $\theta_{penumbra}$ , en términos de  $\theta_{Moon}$ . Asuma que el observador se encuentra en el centro de la Tierra.
- (D2.6) Sea  $\theta_{Earth}$  el tamaño angular de la Tierra visto desde el centro de la Luna. Calcule el tamaño angular de la Luna,  $\theta_{Moon}$ , que debería ser visto dese el desde el centro de la tierra en el día del eclipse en términos de  $\theta_{Earth}$ . 5
- (D2.7) Estime el radio de la Luan ,  $R_{Moon}$ , en km utilizando los resultados anteriores. 3
- (D2.8) Estime la distancia más corta ,  $r_{perigee}$ , y la distancia más larga,  $r_{apogee}$ , hasta la Moon. 4
- (D2.9) Use apropiadamente la información del día 10 de Septiembre para estimar la distancia,  $d_{Sun}$ , al Sol desde la Tierra. 10

**(D3) Supernova Tipo IA**

Las supernovas del tipo Ia se consideran muy importantes para las mediciones de grandes distancias extragalácticas. El brillo y posterior oscurecimiento de estas explosiones muestran una curva de luz característica, que ayuda a identificarlas como supernovas de tipo Ia.

Las curvas de luz de todas las supernovas de tipo Ia pueden adaptarse a la misma curva de luz del modelo, cuando se escalan apropiadamente. Para lograr esto, primero debemos expresar las curvas de luz en el marco de referencia de la galaxia huésped, teniendo cuidado con el estiramiento/dilatación cosmológico de todos los intervalos de tiempo observados,  $\Delta t_{\text{obs}}$ , por un factor de  $(1 + z)$ . El intervalo de tiempo, en el marco de referencia de la galaxia anfitriona es denotado por  $\Delta t_{\text{gal}}$ .

La curva de luz de referencia de una supernova cambia en dos magnitudes en un intervalo de tiempo  $\Delta t_0$ . Después del pico. Si escalamos los intervalos de tiempo por un factor pequeño  $s$  (es decir,  $\Delta t_s = s\Delta t$ ) de tal manera que el valor escalado de  $\Delta t_0$  es el mismo para todas las supernovas, las curvas de luz resultan tener la misma forma. Resulta también que  $s$  se relaciona linealmente con la magnitud absoluta,  $M_{\text{peak}}$ , en la luminosidad máxima para la supernova. Es decir, podemos escribir:

$$s = a + bM_{\text{peak}} ,$$

Donde  $a$  y  $b$  son constantes. Dado que es conocido el factor de escala., se puede determinar la magnitud absoluta de la supernova a distancias desconocidas de la ecuación lineal anterior.

La tabla de abajo contiene datos de tres supernovas, incluyendo su módulo de distancia, su velocidad de recesión,  $cz$ , y su magnitud aparente,  $m_{\text{obs}}$ , en diferentes momentos. El tiempo  $\Delta t_{\text{obs}} \equiv t - t_{\text{peak}}$  muestra el número de días desde la fecha en que la respectiva supernova alcanzó el brillo máximo. Las magnitudes observadas ya han sido corregidas para la extinción interestelar y atmosférica.

Nombre	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
$\mu$ (mag)	34.27	35.64	
$cz$ (km s <sup>-1</sup> )	4515	9426	12060
$\Delta t_{\text{obs}}$ (d)	$m_{\text{obs}}$ (mag)	$m_{\text{obs}}$ (mag)	$m_{\text{obs}}$ (mag)
-15,00	19,41	18,35	20,18
-10,00	17,48	17,26	18,79
-5,00	16,12	16,42	17,85
0,00	15,74	16,17	17,58
5,00	16,06	16,41	17,72
10,00	16,72	16,82	18,24
15,00	17,53	17,37	18,98
20,00	18,08	17,91	19,62
25,00	18,43	18,39	20,16
30,00	18,64	18,73	20,48

(D3.1) Calcule los valores.,  $\Delta t_{\text{gal}}$ , para las tres supernovas y escriba el valor obtenido en los cuadros en blanco dados en las tablas de datos en la parte de ATRÁS de la hoja de respuestas. En un papel cuadrulado, grafique los puntos y dibuje las tres curvas de luz en el marco de referencia (marque su gráfico como "D3.1").

- (D3.2) Tome el factor de escala,  $s_2$ , para que la supernova SN2006IS sea 1,00. Calcule los factores de escala,  $s_1$  y  $s_3$ , para las otras dos supernovas SN2006TD y SN2005LZ, respectivamente, calculando  $\Delta t_0$  para ellas. 5
- (D3.3) Calcule las diferencias de tiempo escaladas,  $\Delta t_s$ , para las tres supernovas. Escriba los valores de  $\Delta t_s$  en las mismas tablas de datos en la hoja de respuestas. En otro gráfico, trace las 3 curvas de luz para verificar que ahora tienen un perfil idéntico (marque su gráfico como "D3.3"). 14
- (D3.4) Calcule las magnitudes absolutas en el pico de brillo,  $M_{\text{peak},1}$ , para SN2006TD y  $M_{\text{peak},2}$ , para SN2006IS. Use estos valores para calcular  $a$  y  $b$ . 6
- (D3.5) Calcule las magnitudes absolutas en el pico de brillo,  $M_{\text{peak},3}$ , y el módulo de distancia,  $\mu_3$ , para SN2005LZ. 4
- (D3.6) Use el módulo de distancia  $\mu_3$  para estimar el valor de la constante de Hubble's,  $H_0$ . Además, estime la edad característica del Universo,  $T_H$ . 6