

(D1) Binární pulzar

Astronomové díky systematickému hledání v posledních desetiletích objevili velké množství milisekundových pulzarů (perioda rotace < 10 ms). Většinu těchto pulzarů pozorujeme v binárních systémech s téměř kruhovými drahami.

Perioda rotace (P) pulzaru a průmět (a) zrychlení ve směru k pozorovateli, které měříme, se obojí systematicky mění v důsledku orbitálního pobytu. Pro kruhové dráhy lze tuto změnu matematicky popsat pomocí orbitální fáze ϕ ($0 \leq \phi \leq 2\pi$) jako

$$P(\phi) = P_0 + P_t \cos\phi \quad \text{kde } P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

$$a(\phi) = -a_t \sin\phi \quad \text{kde } a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

kde P_B je oběžná perioda binárního systému, P_0 je perioda vlastní rotace pulzaru a r je poloměr oběžné dráhy.

Následující tabulka obsahuje sadu měření P a a v různých (heliocentrických) časech T vyjádřených jako zkrácené modifikované juliánské datum (truncated Modified Julian Days - tMJD), tj. počet dnů od MJD 2 440 000.

No.	T (tMJD)	P (μ s)	a (m s^{-2})
1	5740.654	7587.8889	-0.92 ± 0.08
2	5740.703	7587.8334	-0.24 ± 0.08
3	5746.100	7588.4100	-1.68 ± 0.04
4	5746.675	7588.5810	$+1.67 \pm 0.06$
5	5981.811	7587.8836	$+0.72 \pm 0.06$
6	5983.932	7587.8552	-0.44 ± 0.08
7	6005.893	7589.1029	$+0.52 \pm 0.08$
8	6040.857	7589.1350	$+0.00 \pm 0.04$
9	6335.904	7589.1358	$+0.00 \pm 0.02$

Vynesením $a(\phi)$ jako funkce $P(\phi)$ získáme parametrickou křivku. Jak je vidět z výše uvedených vztahů, je tato křivka elipsou v rovině (diagramu) perioda-zrychlení.

V této úloze odhadneme periodu vlastní rotace P_0 oběžnou periodu P_B a poloměr dráhy r analýzou tohoto souboru dat za předpokladu kruhové oběžné dráhy.

- (D1.1) Vyneste data do roviny perioda-zrychlení včetně chybových úseček (označte váš graf jako "D1.1"). 7
- (D1.2) Nakreslete elipsu, která bude nejlepším proložením (fitem) dat (do stejného grafu "D1.1"). 2
- (D1.3) Z grafu určete P_0 , P_t a a_t , včetně intervalů nejistot. 7
- (D1.4) Vyjádřete P_B a r pomocí P_0 , P_t a a_t . 4
- (D1.5) Vypočtěte přibližnou hodnotu P_B a r na základě vašeho výsledku z bodu (D1.3), včetně intervalů nejistot. 6
- (D1.6) Vypočtěte orbitální fázi ϕ odpovídající epochám následujících pěti pozorování v tabulce: datové řady číslo 1, 4, 6, 8, 9. 4
- (D1.7) Zpřesněte odhad oběžné periody P_B s využitím výsledků získaných v části (D1.6) následujícím způsobem:
- (D1.7a) Nejprve určete základní epochu T_0 , která odpovídá nejbližší epoše nulové fáze před prvním pozorováním. 2
- (D1.7b) Předpokládaný čas T_{calc} odhadnuté fáze každého pozorování je dán vztahem 7

$$T_{\text{calc}} = T_0 + \left(n + \frac{\phi}{360^\circ}\right) P_B,$$

kde n je počet celých cyklů fázi mezi časy T_0 a T_{calc} . Odhadněte n a T_{calc} pro každé z pěti pozorování z části (D1.6). Poznamenejte rozdíl T_{0-c} mezi pozorovaným časem T a T_{calc} . Zapište tyto hodnoty do tabulky v odpovědním listu.

(D1.7c) Vyneste T_{0-c} v závislosti na n (označte váš graf jako “D1.7”).

4

(D1.7d) Určete zpřesněné hodnoty základní epochy $T_{0,r}$ a oběžné periody $P_{B,r}$.

7

(D2) Vzdálenost Měsíce

V tabulce jsou uvedeny geocentrické efemeridy Měsíce v září 2015 pro každý den v 00:00 UT.

Datum	R.A. (α)			Dec. (δ)			úhlová velikost (θ)	Fáze (ϕ)	elongace Měsíce
	h	m	s	°	'	"			
01. září	0	36	46,02	3	6	16,8	1991,2	0,927	148,6° W
02. září	1	33	51,34	7	32	26,1	1974,0	0,852	134,7° W
03. září	2	30	45,03	11	25	31,1	1950,7	0,759	121,1° W
04. září	3	27	28,48	14	32	4,3	1923,9	0,655	107,9° W
05. září	4	23	52,28	16	43	18,2	1896,3	0,546	95,2° W
06. září	5	19	37,25	17	55	4,4	1869,8	0,438	82,8° W
07. září	6	14	19,23	18	7	26,6	1845,5	0,336	70,7° W
08. září	7	7	35,58	17	23	55,6	1824,3	0,243	59,0° W
09. září	7	59	11,04	15	50	33,0	1806,5	0,163	47,5° W
10. září	8	49	0,93	13	34	55,6	1792,0	0,097	36,2° W
11. září	9	37	11,42	10	45	27,7	1780,6	0,047	25,1° W
12. září	10	23	57,77	7	30	47,7	1772,2	0,015	14,1° W
13. září	11	9	41,86	3	59	28,8	1766,5	0,001	3,3° W
14. září	11	54	49,80	0	19	50,2	1763,7	0,005	7,8° E
15. září	12	39	50,01	-3	20	3,7	1763,8	0,026	18,6° E
16. září	13	25	11,64	-6	52	18,8	1767,0	0,065	29,5° E
17. září	14	11	23,13	-10	9	4,4	1773,8	0,120	40,4° E
18. září	14	58	50,47	-13	2	24,7	1784,6	0,189	51,4° E
19. září	15	47	54,94	-15	24	14,6	1799,6	0,270	62,5° E
20. září	16	38	50,31	-17	6	22,8	1819,1	0,363	73,9° E
21. září	17	31	40,04	-18	0	52,3	1843,0	0,463	85,6° E
22. září	18	26	15,63	-18	0	41,7	1870,6	0,567	97,6° E
23. září	19	22	17,51	-17	0	50,6	1900,9	0,672	110,0° E
24. září	20	19	19,45	-14	59	38,0	1931,9	0,772	122,8° E
25. září	21	16	55,43	-11	59	59,6	1961,1	0,861	136,2° E
26. září	22	14	46,33	-8	10	18,3	1985,5	0,933	150,0° E
27. září	23	12	43,63	-3	44	28,7	2002,0	0,981	164,0° E
28. září	0	10	48,32	0	58	58,2	2008,3	1,000	178,3° E
29. září	1	9	5,89	5	38	54,3	2003,6	0,988	167,4° W
30. září	2	7	39,02	9	54	16,1	1988,4	0,947	153,2° W

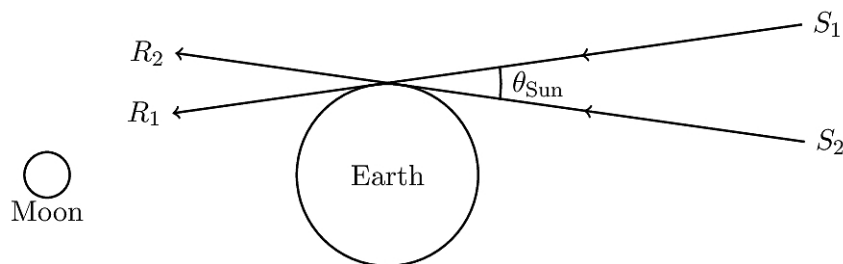
Na složeném obrázku¹ níže je několik fotografií Měsíce, které byly pořízeny v průběhu úplného zatmění, které nastalo v daném měsíci. Středová severo-jihní linie stínu (umbry) procházela středem každého snímku.

Předpokládejte, že se v tomto případě pozorovatel nacházel ve středu Země a že pod úhlovými velikostmi se rozumí úhlové průměry objektů a stínů.

¹ Credit: NASA's Scientific Visualization Studio



- (D2.1) Apogeum oběžné dráhy Měsíce se v září 2015 nachází nejbližší okamžiku novu (New Moon) / první čtvrti (First Quarter) / úplňku (Full Moon) / poslední čtvrti (Third Quarter). 3
Zatrhněte správnou odpověď v odpovědním archu. Odpověď nemusíte zdůvodňovat.
- (D2.2) Vzestupný uzel oběžné dráhy Měsíce vzhledem k rovině ekliptiky se v září 2015 nachází nejbližší okamžiku novu (New Moon) / první čtvrti (First Quarter) / úplňku (Full Moon) / poslední čtvrti (Third Quarter). 4
Zatrhněte správnou odpověď v odpovědním archu. Odpověď nemusíte zdůvodňovat.
- (D2.3) Odhadněte excentricitu e oběžné dráhy Měsíce na základě dat poskytnutých v této úloze. Odhad podložte výpočtem. 4
8
- (D2.4) Odhadněte úhlovou velikost umbry θ_{umbra} pomocí úhlové velikosti Měsíce θ_{Moon} . Geometricky znázorněte váš postup na obrázku na zadní straně odpovědního archu. Odhad podložte výpočtem.
- (D2.5) Úhlová velikost Slunce v den tohoto zatmění Měsíce je $\theta_{\text{Sun}} = 1915,0''$. Na obrázku níže jsou S_1R_1 a S_2R_2 polopřímky (paprsky) vycházející z dvou protilehlých bodů okraje slunečního disku. Obrázek není v měřítku. 9



- Vyjádřete úhlovou velikost penumbry θ_{penumbra} pomocí θ_{Moon} . Předpokládejte, že pozorovatel se nachází uprostřed Země.
- (D2.6) Necht' je θ_{Earth} úhlová velikost Země pozorovaná ze středu Měsíce. Vyjádřete pomocí θ_{Earth} úhlovou velikost Měsíce θ_{Moon} pro pozorovatele ve středu Země v den tohoto zatmění. 5
- (D2.7) Pomocí předchozích výsledků odhadněte poloměr Měsíce R_{Moon} v km. Odhad podložte výpočtem. 3
- (D2.8) Odhadněte nejkratší vzdálenost r_{perigee} a největší vzdálenost r_{apogee} Měsíce od Země. Odhad podložte výpočtem. 4
- (D2.9) Použijte vhodná data z 10. září k odhadu vzdálenosti Země od Slunce d_{Sun} . Odhad podložte výpočtem. 10

(D3) Supernova typu IA

Supernovy typu Ia jsou považovány a velmi důležité pro měření velkých extragalaktických vzdáleností. Zjasnění a následné zeslabení těchto explozí vytváří charakteristickou světelnou křivku, která tyto objekty identifikuje jako supernovy typu Ia.

Světelné křivky všech supernov typu Ia mohou být nafitovány univerzální modelovou světelnou křivku za předpokladu, že je vhodně naškálujeme. Abychom tohoto dosáhli, musíme tyto světelné křivky nejprve vyjádřit ve vztažné soustavě mateřské galaxie tím, že zohledníme kosmologickou dilataci všech pozorovaných časových intervalů Δt_{obs} s faktorem $(1 + z)$. Časový interval v klidové soustavě mateřské galaxie je označen jako Δt_{gal} .

Světelná křivka supernovy v její klidové soustavě se změní o dvě magnitudy vzhledem k maximu za časový interval Δt_0 od maxima. Pokud dále přeškálujeme všechny časové intervaly faktorem s (tedy $\Delta t_s = s\Delta t_{\text{gal}}$) tak, aby přeškálovaná hodnota veličiny Δt_0 byla stejná pro všechny supernovy, pak budou mít všechny světelné křivky stejný tvar. Také se ukazuje, že s lineárně závisí na absolutní hvězdné velikosti M_{peak} v maximu zářivého výkonu supernovy. Můžeme tedy psát

$$s = a + bM_{\text{peak}},$$

kde a a b jsou konstanty. Jestliže známe faktor s , můžeme z výše uvedené lineární rovnice určit absolutní hvězdnou velikost supernovy v neznámé vzdálenosti.

Tabulka níže obsahuje data pro tři supernovy, zahrnující hodnoty jejich modulu vzdálenosti μ (pro první dvě), velikost rychlosti oddalování cz a jejich pozorované hvězdné velikosti m_{obs} v různých časech. Čas $\Delta t_{\text{obs}} \equiv t - t_{\text{peak}}$ vyjadřuje počet dnů, které uplynuly od okamžiku, kdy supernova dosáhla maxima své jasnosti. Pozorované hvězdné velikosti už jsou opraveny o mezihvězdnou a atmosférickou extinkci.

Název	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
μ (mag)	34,27	35,64	
cz ($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	4515	9426	12060
Δt_{obs} (dny)	m_{obs} (mag)	m_{obs} (mag)	m_{obs} (mag)
-15,00	19,41	18,35	20,18
-10,00	17,48	17,26	18,79
-5,00	16,12	16,42	17,85
0,00	15,74	16,17	17,58
5,00	16,06	16,41	17,72
10,00	16,72	16,82	18,24
15,00	17,53	17,37	18,98
20,00	18,08	17,91	19,62
25,00	18,43	18,39	20,16
30,00	18,64	18,73	20,48

- (D3.1) Vypočtete hodnoty Δt_{gal} pro všechny tři supernovy a doplňte je do prázdných políček v tabulce na zadní (BACK) straně odpovědního archu. Vyneste na milimetrový papír datové body z tabulky výše a nakreslete odpovídající tři světelné křivky v klidové soustavě. (označte váš graf jako "D3.1"). 15
- (D3.2) Pro supernovu SN2006IS položte faktor s roven 1,00 a označte jej s_2 . Vypočtete faktory s_1 , resp. s_3 pro zbývající dvě supernovy SN2006TD, resp. SN2005LZ tím, že nejdříve určíte hodnotu Δt_0 pro každou z nich. 5
- (D3.3) Vypočtete přeškálované časové intervaly Δt_s pro všechny tři supernovy. Hodnoty pro Δt_s vepište do stejných tabulek odpovědního archu jako v úloze D3.1. Na jiný milimetrový papír 14

vyneste všechny tři světelné křivky za účelem ověření, že nyní mají identický profil (označte váš graf jako “D3.3”).

- (D3.4) Vypočítejte absolutní hvězdné velikosti $M_{\text{peak},1}$, resp. $M_{\text{peak},2}$ v maximu jasnosti pro SN2006TD, resp. SN2006IS. Použijte tyto hodnoty k výpočtu a a b . 6
- (D3.5) Vypočítejte absolutní hvězdnou velikost $M_{\text{peak},3}$ v maximu jasnosti a modul vzdálenosti μ_3 pro SN2005LZ. 4
- (D3.6) Použijte modul vzdálenosti μ_3 k odhadu hodnoty Hubblovky konstanty H_0 . Dále odhadněte charakteristické stáří vesmíru T_H . Odhad podložte výpočtem. 6