

(D1) **Kaksikpulsar**

Tänu viimastel kümnenditel toimunud süstemaatilistele otsingutele on astronoomid leidnud suure hulga millisekund-pulsareid (pöörlemisperiood < 10 ms). Enamus neist pulsaritest asuvad kaksiktähtedes ja neil on ringorbiit.

Orbitaalse liikumiste tõttu kaksiksüsteemis muutuvad pulsaril perioodiliselt nii mõõdetav pöörlemisperiood (P) kui ka mõõdetav vaatekiire suunaline kiirendus (a). Ringorbiitide korral saab nende muutumist kirjeldada sõltuvana orbiidi faasist ϕ ($0 \leq \phi \leq 2\pi$) funktsioonidega,

$$P(\phi) = P_0 + P_t \cos\phi \quad \text{kus } P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

$$a(\phi) = -a_t \sin\phi \quad \text{kus } a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

kus P_B on kaksiktähe orbiidi periood, P_0 on pulsari tegelik pöörlemisperiood ja r on pulsari orbiidi raadius.

Allolevas tabelis on antud ühe pulsari kohta tehtud P ja a mõõtmiste väärtused erinevatel helitsentrilistel epohhidel T , mis on antud lühendatud modifitseeritud juuliuuse päevades – tMJD (päevade arv alates MJD = 2 440 000).

Nr.	T (tMJD)	P (μ s)	a (m s^{-2})
1	5740.654	7587.8889	-0.92 ± 0.08
2	5740.703	7587.8334	-0.24 ± 0.08
3	5746.100	7588.4100	-1.68 ± 0.04
4	5746.675	7588.5810	$+1.67 \pm 0.06$
5	5981.811	7587.8836	$+0.72 \pm 0.06$
6	5983.932	7587.8552	-0.44 ± 0.08
7	6005.893	7589.1029	$+0.52 \pm 0.08$
8	6040.857	7589.1350	$+0.00 \pm 0.04$
9	6335.904	7589.1358	$+0.00 \pm 0.02$

Kandes joonisele $a(\phi)$ funktsioonina $P(\phi)$ -st, saame leida parameetrilise kõvera. Analüüsisides ülevaleolevaid seoseid on ilmne, et see parameetriline kõver periood-kiirendus tasandis on ellips.

Antud ülesandes hindame lihtsa andmeanalüüsiga tegelikku pöörlemisperioodi P_0 , kaksiktähe tiirlemisperioodi P_B ja orbiidi raadiust r ringorbiidi eeldusel.

- (D1.1) Tehke antud andmetest periood-kiirendus tasandile joonis, kandke joonisele ka antud määramatused (tähistage see joonis kui “D1.1”). 7
- (D1.2) Joonistage antud andmepunktidega kõige paremini sobituv ellips samale joonisele “D1.1”. 2
- (D1.3) Kasutades joonist, hinnake P_0 , P_t ja a_t ning leidke nende määramatused. 7
- (D1.4) Avaldage P_B ja r funktsioonidena, mis sõltuvad P_0 , P_t , a_t -st. 4
- (D1.5) Arvutage P_B ja r -i ligikaudsed väärtused, kasutades punktis (D1.3) leitud hinnangulisi väärtusi ja nende määramatusi. 6
- (D1.6) Leidke orbiidi faas ϕ , mis vastab eelnevas tabelis antud epohhidele nr 1, 4, 6, 8, 9. 4
- (D1.7) Täpsustage oma tiirlemisperioodi P_B hinnangut, kasutades punktis (D1.6) saadud tulemusi järgneva meetodiga:
- (D1.7a) Kõigepealt määrake algne epohh T_0 , mis vastab lähimale 0-faasile enne esimest mõõtmist. 2

(D1.7b) Iga vaatluse jaoks hinnatava faasi oodatav aeg T_{calc} on leitav,

7

$$T_{\text{calc}} = T_0 + \left(n + \frac{\phi}{360^\circ} \right) P_B,$$

kus n on T_0 ja T (või T_{calc}) vahele jäänud orbitaalfaaside täistsüklite arv. Arvuta n ja T_{calc} kõigi viie punktis (D1.6) tehtud vaatluse jaoks. Arvuta ka vahe T_{0-C} mis näitab mõõdetud T ja arvatud T_{calc} aja erinevust. Kirjutage need vastused vastavasse kasti vastustelehel (*Summary Answersheet*).

(D1.7c) Tehke joonis T_{0-C} sõltuvana n (märkige joonis tähisega “D1.7”).

4

(D1.7d) Arvutage algse epohhi $T_{0,r}$ ja tiirlemisperioodi $P_{B,r}$ täpsustatud väärtused.

7

(D2) Kaugus Kuuni

Tabelis on antud Kuu geotsentrilised efemeriidid 2015. aasta septembri kohta. Iga päeva kirje vastab ajahetkele kell 00:00 UT.

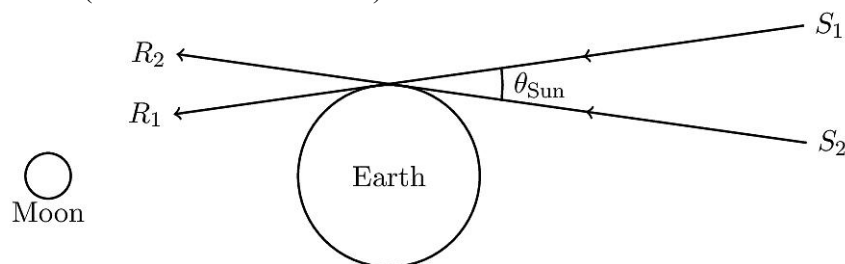
Kuup	R.A. (α)			Dec. (δ)			Nurkläbimõõt	Faas (ϕ)	Kuu nurk- kaugus Päikesest
	h	m	s	°	'	"			
Sep 01	0	36	46.02	3	6	16.8	1991.2	0.927	148.6° W
Sep 02	1	33	51.34	7	32	26.1	1974.0	0.852	134.7° W
Sep 03	2	30	45.03	11	25	31.1	1950.7	0.759	121.1° W
Sep 04	3	27	28.48	14	32	4.3	1923.9	0.655	107.9° W
Sep 05	4	23	52.28	16	43	18.2	1896.3	0.546	95.2° W
Sep 06	5	19	37.25	17	55	4.4	1869.8	0.438	82.8° W
Sep 07	6	14	19.23	18	7	26.6	1845.5	0.336	70.7° W
Sep 08	7	7	35.58	17	23	55.6	1824.3	0.243	59.0° W
Sep 09	7	59	11.04	15	50	33.0	1806.5	0.163	47.5° W
Sep 10	8	49	0.93	13	34	55.6	1792.0	0.097	36.2° W
Sep 11	9	37	11.42	10	45	27.7	1780.6	0.047	25.1° W
Sep 12	10	23	57.77	7	30	47.7	1772.2	0.015	14.1° W
Sep 13	11	9	41.86	3	59	28.8	1766.5	0.001	3.3° W
Sep 14	11	54	49.80	0	19	50.2	1763.7	0.005	7.8° E
Sep 15	12	39	50.01	-3	20	3.7	1763.8	0.026	18.6° E
Sep 16	13	25	11.64	-6	52	18.8	1767.0	0.065	29.5° E
Sep 17	14	11	23.13	-10	9	4.4	1773.8	0.120	40.4° E
Sep 18	14	58	50.47	-13	2	24.7	1784.6	0.189	51.4° E
Sep 19	15	47	54.94	-15	24	14.6	1799.6	0.270	62.5° E
Sep 20	16	38	50.31	-17	6	22.8	1819.1	0.363	73.9° E
Sep 21	17	31	40.04	-18	0	52.3	1843.0	0.463	85.6° E
Sep 22	18	26	15.63	-18	0	41.7	1870.6	0.567	97.6° E
Sep 23	19	22	17.51	-17	0	50.6	1900.9	0.672	110.0° E
Sep 24	20	19	19.45	-14	59	38.0	1931.9	0.772	122.8° E
Sep 25	21	16	55.43	-11	59	59.6	1961.1	0.861	136.2° E
Sep 26	22	14	46.33	-8	10	18.3	1985.5	0.933	150.0° E
Sep 27	23	12	43.63	-3	44	28.7	2002.0	0.981	164.0° E
Sep 28	0	10	48.32	0	58	58.2	2008.3	1.000	178.3° E
Sep 29	1	9	5.89	5	38	54.3	2003.6	0.988	167.4° W
Sep 30	2	7	39.02	9	54	16.1	1988.4	0.947	153.2° W

Allolev komposiitpilt¹ näitab Kuust, antud kuul aset leidnud täieliku kuuvarjutuse erinevatel ajahetkedel, tehtud pilte. Iga üksiku Kuu pildi korral langeb kaadri keskpunkt kokku täisvarju keskpunktiga. Selle ülesande lahendamiseks eeldage, et vaatleja asub Maa keskpunktis ja et nurksuurus tähendab objekti või varju nurkläbimõõtu.



¹ Pilt: NASA's Scientific Visualization Studio

- (D2.1) 2015. aasta septembris asub Kuu orbiidi apogeese kõige lähemal: noorkuule / esimesele veerandile / täiskuule / kolmandale veerandile. Märkige vastustehele (*Summary Answersheet*) õige vastus. Vastuse põhjendamine ei ole vajalik. 3
- (D2.2) 2015. aasta septembris on Kuu orbiidi tõususõlm (ekliptika suhtes) kõige lähemal: noorkuule / esimesele veerandile / täiskuule / kolmandale veerandile. Märkige vastustehele (*Summary Answersheet*) õige vastus. Vastuse põhjendamine ei ole vajalik. 4
- (D2.3) Hinnake antud andmete põhjal Kuu orbiidi ekstsentrilisust e . 4
- (D2.4) Hinda täisvarju nurkläbimõõtu θ_{umbra} Kuu nurkläbimõõdu θ_{Moon} ühikutes. Näidake oma joonestus- ja arutluskäik vastustehele (*Summary Answersheet*) tagaküljel oleval pildil. 8
- (D2.5) On teada, et Päikese nurkläbimõõtu kuuvarjutuse päeval Maalt vaadates on $\theta_{\text{Sun}} = 1915.0''$. Alloleval joonisel on S_1R_1 ja S_2R_2 kiired, mis pärinevad diametraalselt erinevatest Päikese serva punktidest. (Joonis ei ole mõõtkavas) 9



- Arvutage poolvarju nurkläbimõõtu θ_{penumbra} Kuu nurkläbimõõdudes θ_{Moon} . Eeldage, et vaatlaja on Maa keskmes.
- (D2.6) Olgu θ_{Earth} Maa nurkläbimõõtu vaadatuna Kuu keskmest. Leidke Kuu nurkläbimõõtu θ_{Moon} Maa nurkläbimõõdu ühikutes nagu see oleks nähtav Maa keskmest varjutuse päeval. 5
- (D2.7) Arvuta eelnevaid tulemusi kasutades Kuu raadius R_{Moon} [km]. 3
- (D2.8) Leia vähim Kuu kaugus r_{perigee} ja suurim Kuu kaugus r_{apogee} . 4
- (D2.9) Kasutades selleks sobivaid andmeid, leia Päikese ja Maa vaheline kaugus d_{Sun} 10. septembril. 10

(D3) Ia-tüüpi supernoovad

Ia-tüüpi supernoovasid võib pidada väga tähtsateks objektideks galaktikavaheliste kauguste mõõtmisel. Ia-tüüpi supernoovadele on iseloomulik et plahvatuse järel nende heledus kasvab ja seejärel nõrgeneb, järgides ainult neile iseloomulikku heleduskõverat.

Pärast sobivat skaleerimist järgivad kõik Ia-tüüpi supernoovade heleduskõverad täpselt sama mudelheleduskõverat. Selle jaoks peab kõik heleduskõverad teisendama kujule, nagu nad oleksid nähtavad oma emagalaktika taustsüsteemis. Tehtav teisendus võtab arvesse kosmoloogilist aja dilatsiooni, mis tähendab et ajavahemikud Δt_{obs} , mis on vaadeldud Maalt on tegelikult kordaja $(1 + z)$ võrra lühemad. Emagalaktika taustsüsteemis tähistame Δt_{obs} -i tähisega Δt_{gal} .

Inertsiaalses taustsüsteemis kahaneb supernoova heledus pärast heleduskõvera maksimumi aja Δt_0 jooksul kahe tähesuuruse võrra. Supernoovade heleduskõveraid saab skaleerida korrutades aega Δt_0 kordajaga s (st. et $\Delta t_s = s\Delta t_{\text{gal}}$) nii, et skaleeritud Δt_0 väärtused oleksid kõigil supernoovadel võrdsed. Sellisel juhul on kõik supernoovade heleduskõverad sama kujuga. Ühtlasi on selgunud, et kordaja s on lineaarselt seotud heleduskõvera maksimumi absoluutse tähesuurusega M_{peak} nii, et kehtib:

$$s = a + bM_{\text{peak}},$$

kus a ja b on konstandid. See tähendab, et teades skaleerimisfaktorit s on võimalik määrata tundmatul kaugusel asuva supernoova absoluutne tähesuurus.

Allolevas tabelis on andmed kolme supernoova kohta. Tabelis on antud kaugusmoodulid μ (kahe esimese kohta), nende eemaldumiskiirused cz ja näivad heledused m_{obs} eri aegadel. Aeg $\Delta t_{\text{obs}} \equiv t - t_{\text{peak}}$ näitab erinevust päevades tema heleduskõvera maksimumi hetke suhtes. Näivad heledusedele on juba tehtud atmosfääri ja tähtedevahelise ruumi ekstinktsioonikorrektsioonid.

Nimi	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
μ (mag)	34.27	35.64	
cz (km s ⁻¹)	4515	9426	12060
Δt_{obs} (päev)	m_{obs} (mag)	m_{obs} (mag)	m_{obs} (mag)
-15.00	19.41	18.35	20.18
-10.00	17.48	17.26	18.79
-5.00	16.12	16.42	17.85
0.00	15.74	16.17	17.58
5.00	16.06	16.41	17.72
10.00	16.72	16.82	18.24
15.00	17.53	17.37	18.98
20.00	18.08	17.91	19.62
25.00	18.43	18.39	20.16
30.00	18.64	18.73	20.48

- (D3.1) Arvuta ajavahemikud Δt_{gal} kõigile kolmele supernoovale nende emagalaktikate inertsiaalses taustsüsteemis. Kandke leitud vastused tabelisse vastuste lehe (*Summary Answersheet*) TAGAKÜLJEL (BACK). Märkige teile antud millimeeterpaberile kõik leitud andmepunktid ja joonestage kõik kolm heleduskõverat inertsiaalses taustsüsteemis (märkige see joonis kui "D3.1"). 15
- (D3.2) Võtke supernoova SN2006IS skaleerimisteguri s_2 väärtuseks 1.00. Arvutage supernoovade SN2006TD ja SN2005LZ jaoks vastavad skaleerimistegurid s_1 ja s_3 , leides nende jaoks Δt_0 väärtused. 5
- (D3.3) Arvutage kolme supernoova jaoks skaleeritud ajaerinevused Δt_s . Kirjutage Δt_s selleks sobivasse tabelisse vastuste lehel (*Summary Answersheet*). Teisele millimeeterpaberile tehke joonis kõigest 3 heleduskõverast (koos andmepunktidega), kontrollimaks et pärast skaleerimist on heleduskõverad tõepoolest ühesuguse kujuga (tähistage see joonis kui "D3.3"). 14

- (D3.4) Arvutage supernoovade SN2006TD ja SN2006IS heleduskõverate maksimumides nende absoluutsed tähesuurused $M_{\text{peak},1}$ ja $M_{\text{peak},2}$. Kasutades saadud vastuseid leia a ja b . 6
- (D3.5) Arvutage supernoova SN2005LZ heleduskõvera maksimumis tema absoluutne tähesuurus $M_{\text{peak},3}$ ja kaugusmoodul μ_3 . 4
- (D3.6) Kasutades kaugusmoodulit μ_3 , hinda Hubble'i konstandi H_0 väärtust. Täiendavalt arvuta ka sellest lähtuvalt Universumi karakterne vanus T_H . 6