

(D1) Kettős pulzár

A szisztematikus keresésnek köszönhetően az elmúlt évtizedekben a csillagászok rengeteg milliszekundumos pulzárt (forgási periódus < 10 ms) fedeztek fel. Ezen pulzárak többsége olyan kettős rendszerekben található, amelyekben a komponensek közel körpályán keringenek.

Kettős rendszerben keringő pulzárnak a mért forgási periódusa (P) és a látóirány menti gyorsulása (a) is szisztematikusan változik a pálya menti mozgás miatt. Körpálya esetén ez a változás matematikailag a ϕ ($0 \leq \phi \leq 2\pi$) keringési fázissal írható le:

$$P(\phi) = P_0 + P_t \cos\phi \quad \text{ahol } P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

$$a(\phi) = -a_t \sin\phi \quad \text{ahol } a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

P_B a kettős keringési periódusa, P_0 a pulzár tényleges tengelyforgási periódusa, r pedig a pálya sugara.

A következő táblázat P és a különböző T heliocentrikus epochákban (időpontokban) mért értékeit tartalmazza. T ún. csonkolt Módosított Julián Dátumban (tMJD) van megadva, $t\text{MJD} = \text{JD} - 2,440,000$.

No.	T (tMJD)	P (μs)	a (m s^{-2})
1	5740.654	7587.8889	-0.92 ± 0.08
2	5740.703	7587.8334	-0.24 ± 0.08
3	5746.100	7588.4100	-1.68 ± 0.04
4	5746.675	7588.5810	$+1.67 \pm 0.06$
5	5981.811	7587.8836	$+0.72 \pm 0.06$
6	5983.932	7587.8552	-0.44 ± 0.08
7	6005.893	7589.1029	$+0.52 \pm 0.08$
8	6040.857	7589.1350	$+0.00 \pm 0.04$
9	6335.904	7589.1358	$+0.00 \pm 0.02$

$a(\phi)$ értékeit a $P(\phi)$ értékek függvényében ábrázolva egy paraméteres görbét kapunk. A fenti összefüggésekből nyilvánvaló, hogy ez a görbe a periódus–gyorsulás síkon egy ellipszis.

A feladatban a P_0 forgási periódust, a P_B keringési periódust és az r pályasugarat kell meghatározni az adatok alapján, körpálya feltételezésével.

- (D1.1) Ábrázold az adatokat a hibákkal együtt a periódus–gyorsulás síkon! A grafikon jele: „D1.1”
7
- (D1.2) Rajzold fel az adatokhoz legjobban illeszkedő ellipszist, szintén a „D1.1” jelű grafikonra!
2
- (D1.3) A grafikon alapján adj becslést P_0 , P_t és a_t értékére és azok hibáira!
7
- (D1.4) Írj fel összefüggést P_B -re és r -re P_0 , P_t és a_t függvényében!
4
- (D1.5) Számítsd ki P_B és r közelítő értékét és azok hibáit is a (D1.3) részben adott becslésed alapján!
6
- (D1.6) Számítsd ki a ϕ keringési fázist a fenti táblázat 1, 4, 6, 8, 9 sorszámú soraiban szereplő időpontokban!
4
- (D1.7) Pontosítsd a P_B keringési periódusra adott becslésedet a (D1.6) rész eredményei alapján a következő módon:
- (D1.7a) Határozd meg először a T_0 kezdő epochát, az első észlelés előtti, ahhoz legközelebbi nulla keringési fázisú időpontot!
2
- (D1.7b) Mindegyik észlelés esetében a becsült keringési fázishoz tartozó időpont T_{calc} várt értéke a következő:
7

$$T_{\text{calc}} = T_0 + \left(n + \frac{\phi}{360^\circ} \right) P_B,$$

ahol n a T_0 és T (vagy T_{calc}) között eltelt teljes keringési ciklusok száma. Adj becslést n és T_{calc} értékeire a (D1.6) rész mind az öt észlelési időpontjában. Jegyezd le az észlelt T és a T_{calc} közötti T_{0-c} különbséget! Írd be a számítások eredményét az Összesítő Válaszlap táblázatába!

(D1.7c) Ábrázold T_{0-c} -t n függvényében! (A grafikon jelölése legyen „D1.7”!) 4

(D1.7d) Határozd meg a kezdeti epocha $T_{0,r}$ és a keringési periódus $P_{B,r}$ pontosított értékeit! 7

(D2) A Hold távolsága

Az alábbi táblázat a Hold 2015 szeptemberi geocentrikus efemeriszeit listázza. Mindegyik sorban a 00:00 UT-hoz tartozó adatok szerepelnek.

Dátum	R.A. (α)			Dec. (δ)			Szögátmérő (θ)"	Fázis (ϕ)	Elongáció
	h	m	s	°	'	"			
Szept. 01.	0	36	46.02	3	6	16.8	1991.2	0.927	148.6° NY
Szept. 02.	1	33	51.34	7	32	26.1	1974.0	0.852	134.7° NY
Szept. 03.	2	30	45.03	11	25	31.1	1950.7	0.759	121.1° NY
Szept. 04.	3	27	28.48	14	32	4.3	1923.9	0.655	107.9° NY
Szept. 05.	4	23	52.28	16	43	18.2	1896.3	0.546	95.2° NY
Szept. 06.	5	19	37.25	17	55	4.4	1869.8	0.438	82.8° NY
Szept. 07.	6	14	19.23	18	7	26.6	1845.5	0.336	70.7° NY
Szept. 08.	7	7	35.58	17	23	55.6	1824.3	0.243	59.0° NY
Szept. 09.	7	59	11.04	15	50	33.0	1806.5	0.163	47.5° NY
Szept. 10.	8	49	0.93	13	34	55.6	1792.0	0.097	36.2° NY
Szept. 11.	9	37	11.42	10	45	27.7	1780.6	0.047	25.1° NY
Szept. 12.	10	23	57.77	7	30	47.7	1772.2	0.015	14.1° NY
Szept. 13.	11	9	41.86	3	59	28.8	1766.5	0.001	3.3° NY
Szept. 14.	11	54	49.80	0	19	50.2	1763.7	0.005	7.8° K
Szept. 15.	12	39	50.01	-3	20	3.7	1763.8	0.026	18.6° K
Szept. 16.	13	25	11.64	-6	52	18.8	1767.0	0.065	29.5° K
Szept. 17.	14	11	23.13	-10	9	4.4	1773.8	0.120	40.4° K
Szept. 18.	14	58	50.47	-13	2	24.7	1784.6	0.189	51.4° K
Szept. 19.	15	47	54.94	-15	24	14.6	1799.6	0.270	62.5° K
Szept. 20.	16	38	50.31	-17	6	22.8	1819.1	0.363	73.9° K
Szept. 21.	17	31	40.04	-18	0	52.3	1843.0	0.463	85.6° K
Szept. 22.	18	26	15.63	-18	0	41.7	1870.6	0.567	97.6° K
Szept. 23.	19	22	17.51	-17	0	50.6	1900.9	0.672	110.0° K
Szept. 24.	20	19	19.45	-14	59	38.0	1931.9	0.772	122.8° K
Szept. 25.	21	16	55.43	-11	59	59.6	1961.1	0.861	136.2° K
Szept. 26.	22	14	46.33	-8	10	18.3	1985.5	0.933	150.0° K
Szept. 27.	23	12	43.63	-3	44	28.7	2002.0	0.981	164.0° K
Szept. 28.	0	10	48.32	0	58	58.2	2008.3	1.000	178.3° K
Szept. 29.	1	9	5.89	5	38	54.3	2003.6	0.988	167.4° NY
Szept. 30.	2	7	39.02	9	54	16.1	1988.4	0.947	153.2° NY

Az alábbi montázs¹ az ebben a hónapban lezajlott holdfogyatkozás során különböző időpontokban mutatja a Holdat. A montázst alkotó egyedi, egyforma méretű, elnyúlt téglalap alakú képek középpontja mindig a teljes árnyék (umbra) metszetének észak-déli átmérőjére esik.

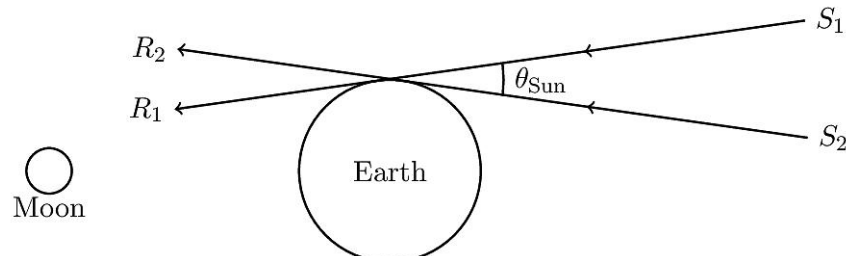
A feladatban végig tegyük fel, hogy a megfigyelő a Föld középpontjában helyezkedik el.

New Moon = újhold, First Quarter = első negyed, Full Moon = telihold, Third Quarter = utolsó negyed

¹ Forrás: NASA's Scientific Visualization Studio



- (D2.1) 2015 szeptemberében a Hold földközelségének időpontja melyik holdfázishoz volt legközelebb? 3
New Moon / First Quarter / Full Moon / Third Quarter
A helyes választ jelöld be az Összesítő Válaszlapon! Válaszodat nem kell indokolni.
- (D2.2) 2015 szeptemberében a Holdnak pályája ekliptikához viszonyított felszálló csomóján való áthaladási időpontja melyik holdfázishoz volt legközelebb? 4
New Moon / First Quarter / Full Moon / Third Quarter.
A helyes választ jelöld be az Összesítő Válaszlapon! Válaszodat nem kell indokolni.
- (D2.3) A megadott adatokból adj becslést a holdpálya e excentricitására! 4
- (D2.4) Adj becslést a teljes árnyék θ_{umbra} szögátmérőjére a Hold θ_{Moon} szögátmérőjével kifejezve! 8
Az alkalmazott módszert vázold az Összesítő Válaszlap hátoldalán található képen!
- (D2.5) A holdfogyatkozás napján a Nap szögátmérője a Földről nézve $\theta_{\text{Sun}} = 1915.0''$ volt. Az alábbi ábrán az S_1R_1 és S_2R_2 fénysugarak a napkorong egy átmérőjének végpontjaiból érkeznek. 9



- Határozd meg a félárnyék θ_{penumbra} szögátmérőjét a Hold θ_{Moon} szögátmérőjével kifejezve!
Tegyük fel, hogy a megfigyelő a Föld középpontjában helyezkedik el!
- (D2.6) Legyen θ_{Earth} a Föld szögátmérője a Hold középpontjából nézve. Határozd meg a Hold θ_{Moon} szögátmérőjét a fogyatkozás napján a Föld középpontjából nézve a θ_{Earth} -tel kifejezve! 5
- (D2.7) Adj becslést a Hold R_{Moon} sugarára km-ben! 3
- (D2.8) Adj becslést a Hold legkisebb (r_{perigee}) és legnagyobb (r_{apogee}) távolságára! 4
- (D2.9) A szept. 10-i adatok felhasználásával adj becslést a Napnak Földtől mért d_{Sun} távolságára! 10

(D3) **Ia típusú szupernóvák**

Az Ia típusú szupernóvák rendkívül fontos szerepet töltenek be az extragalaktikus távolságok mérésében. A robbanás utáni kifényesedésük, majd az ezt követő halványodásuk jellegzetes fénygörbét követ, ez pedig segít Ia típusú szupernóvaként azonosítani őket.

Alkalmos átskálázás után minden Ia típusú szupernóva fénygörbéje ugyanazzal a fénygörbe-moddal illeszthető. Ehhez a fénygörbét a gazdagalaxis vonatkoztatási rendszerébe kell transzformálnunk, mégpedig úgy, hogy az összes Δt_{obs} észlelési időintervallumot megszorozzuk az $(1 + z)$ tényezővel, figyelembe véve így az Univerzum általános tágulásának hatását. A gazdagalaxis vonatkoztatási rendszerébe transzformált időintervallumot jelölje Δt_{gal} .

Egy szupernóva ilyen módon transzformált fénygörbéje két magnitúdóval változik a legnagyobb fényesség utáni Δt_0 idő alatt. Ha az időintervallumokat tovább skálázzuk egy s tényezővel (pl. $\Delta t_s =$

$s\Delta t_{gal}$) úgy, hogy a Δt_0 transzformált értéke minden szupernóvára ugyanaz legyen, akkor a fénygörbék alakja is ugyanolyan lesz. Az s tényező a szupernóva legnagyobb abszolút fényességének (M_{peak}) lineáris függvénye:

$$s = a + bM_{peak},$$

ahol a és b állandók. Az s skálázási tényező ismeretében a fenti lineáris összefüggésből meghatározhatjuk az ismeretlen távolságú szupernóva abszolút fényességét.

Az alábbi táblázat három szupernóva adatait tartalmazza: μ távolsági modulusukat (kettő esetében), cz távolodási sebességüket és az m_{obs} látszó fényességüket különböző időpontokban. A $\Delta t_{obs} \equiv t - t_{peak}$ időtartam az adott szupernóva maximális fényessége óta eltelt napok száma. A látszó fényességeket a csillagközi és a légköri elnyelésre már korrigálták.

Név	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
μ (mag)	34.27	35.64	
cz (km s ⁻¹)	4515	9426	12060
Δt_{obs} (days)	m_{obs} (mag)	m_{obs} (mag)	m_{obs} (mag)
-15.00	19.41	18.35	20.18
-10.00	17.48	17.26	18.79
-5.00	16.12	16.42	17.85
0.00	15.74	16.17	17.58
5.00	16.06	16.41	17.72
10.00	16.72	16.82	18.24
15.00	17.53	17.37	18.98
20.00	18.08	17.91	19.62
25.00	18.43	18.39	20.16
30.00	18.64	18.73	20.48

- (D3.1) Számítsd ki mindhárom szupernóvára a Δt_{gal} értéket, és írd be azt az Összesítő Válaszlap hátoldalán található megfelelő táblázat rubrikáiba! Egy milliméterpapíron ábrázold a pontokat és rajzold fel a gazdagalaxis vonatkoztatási rendszerébe transzformált fénygörbéket! A grafikon jelölése legyen „D3.1”! 15
- (D3.2) Legyen az SN2006IS szupernóva s_2 skálázási tényezője 1.00. Számold ki az SN2006TD és az SN2005LZ szupernóvak s_1 és s_3 skálázási tényezőit a rájuk érvényes Δt_0 meghatározása után! 5
- (D3.3) Mindhárom szupernóvára számold ki a Δt_s transzformált időtartamokat! Az értékeket írd be az Összesítő Válaszlap ugyanazon táblázatába, mint az előbb! Egy másik milliméterpapíron ábrázold a pontokat és rajzold meg a 3 fénygörbét, hogy ellenőrizhesd, az alakjuk tényleg azonos! A grafikon jelölése legyen „D3.3”! 14
- (D3.4) Határozd meg az SN2006TD $M_{peak,1}$ és az SN2006IS $M_{peak,2}$ maximumbeli abszolút fényességét! Ezekből számold ki a és b értékét! 6
- (D3.5) Határozd meg az SN2005LZ $M_{peak,3}$ maximumbeli abszolút fényességét és μ_3 távolsági modulusát! 4
- (D3.6) μ_3 ismeretében adj becslést a Hubble-állandó H_0 értékére és az Univerzum T_H karakterisztikus korára (Hubble-korára)! 6