

**(D1) Binary Pulsar**

Dalam pencarian sistematis selama beberapa dekade, astronom telah menemukan sejumlah besar *milisecond pulsar* (periode rotasi  $< 10$  ms). Sebagian besar pulsar ini ditemukan dalam sistem pulsar ganda dengan orbit lingkaran.

Pada sistem pulsar ganda, periode rotasi yang teramati ( $P$ ) dan percepatan pada arah pandang ( $a$ ) mengalami variasi secara sistematis karena gerak orbitnya. Untuk orbit lingkaran, variasi sebagai fungsi fase  $\phi$  (dengan  $0^\circ \leq \phi \leq 360^\circ$ ) dapat dinyatakan secara matematis sbb:

$$P(\phi) = P_0 + P_t \cos \phi \quad \text{dengan} \quad P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

dan

$$a(\phi) = -a_t \sin \phi \quad \text{dengan} \quad a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

dengan  $P_B$  menyatakan periode orbit pulsar ganda,  $P_0$  menyatakan periode intrinsik rotasi pulsar yang sebenarnya, dan  $r$  menyatakan radius orbit pulsar.

Tabel di bawah ini merangkum pengukuran  $P$  dan  $a$  dari pulsar ganda pada beragam *heliocentric epoch*, ( $T$ ) dinyatakan dalam *truncated Modified Julian Date* ( $tMJD$ ) yang merupakan jumlah hari setelah  $MJD = 2440000$ .

No.	$T$ [ $tMJD$ ]	$P$ [ $\mu s$ ]	$a$ [ $m s^{-2}$ ]
1	5740.654	7587.8889	$-0.92 \pm 0.08$
2	5740.703	7587.8334	$-0.24 \pm 0.08$
3	5746.100	7588.4100	$-1.68 \pm 0.04$
4	5746.675	7588.5810	$+1.67 \pm 0.06$
5	5981.811	7587.8836	$+0.72 \pm 0.06$
6	5983.932	7587.8552	$-0.44 \pm 0.08$
7	6005.893	7589.1029	$+0.52 \pm 0.08$
8	6040.857	7589.1350	$+0.00 \pm 0.04$
9	6335.904	7589.1358	$+0.00 \pm 0.02$

Dengan membuat plot  $a(\phi)$  terhadap  $P(\phi)$ , kita akan memperoleh kurva parametrik. Sesuai dengan hubungan matematis di atas, kurva periode-percepatan akan berbentuk elips.

Dalam soal ini, kita akan memperkirakan periode intrinsik rotasi ( $P_0$ ), periode orbit ( $P_B$ ), dan radius orbit ( $r$ ) dengan melakukan analisis data di atas. Anggap orbit pulsar berbentuk lingkaran.

- (D1.1) [7 Poin] Buat plot periode-percepatan yang disertai *errorbar*. Beri label D1.1 pada grafik.
- (D1.2) [2 Poin] Pada grafik yang sama, gambarkan elips yang tampak paling sesuai dengan data.
- (D1.3) [7 Poin] Berdasarkan plot tersebut, perkirakan  $P_0$ ,  $P_t$ , dan  $a_t$  beserta galatnya.
- (D1.4) [4 Poin] Tuliskan persamaan untuk  $P_B$  dan  $r$  sebagai fungsi  $P_0$ ,  $P_t$ , dan  $a_t$ .
- (D1.5) [6 Poin] Hitung perkiraan nilai  $P_B$  dan  $r$  beserta galatnya.
- (D1.6) [4 Poin] Hitung fase orbit ( $\phi$ ) untuk *epoch* pengamatan baris 1, 4, 6, 8, dan 9.
- (D1.7) Perhitungan periode orbit  $P_B$  dapat diperbaiki (*refined*) dengan memanfaatkan hasil pada bagian (D1.6) dengan cara berikut:

**(D1.7a)** [2 Poin] Tentukan *initial epoch* ( $T_0$ ), yakni waktu terdekat dengan  $\phi = 0^\circ$  sebelum *epoch* pengamatan pertama.

**(D1.7b)** [7 Poin] *Expected time* ( $T_{\text{calc}}$ ) dari setiap pengamatan dinyatakan sbb:

$$T_{\text{calc}} = T_0 + \left( n + \frac{\phi}{360^\circ} \right) P_B,$$

dengan  $n$  menyatakan jumlah siklus penuh yang telah berlalu antara  $T_0$  dan  $T_{\text{calc}}$ .

Perkirakan  $n$  dan  $T_{\text{calc}}$  dari kelima pengamatan yang dianalisis pada bagian (D1.6). Perhatikan adanya perbedaan ( $T_{O-C}$ ) antara  $T$  yang teramati dan  $T_{\text{calc}}$ . Tuliskan hasil perhitungan ini pada tabel yang disediakan pada Lembar Jawab.

**(D1.7c)** [4 Poin] Buat plot  $T_{O-C}$  terhadap  $n$ . Beri label D1.7 pada grafik.

**(D1.7d)** [7 Poin] Tentukan nilai terkoreksi (*refined values*) dari *initial epoch*  $T_{0,r}$  dan periode orbit ( $P_{B,r}$ ).

### (D2) Jarak Bulan

Epemeris geosentris dari Bulan setiap hari pukul 00:00 UT sepanjang bulan September 2015 dirangkum dalam tabel di bawah ini.

Tanggal	RA			Dec			Diameter Sudut $\theta$ ["]	Fase $\phi$	Elongasi Bulan
	h	m	s	°	'	"			
Sep 01	0	36	46.02	3	6	16.8	1991.2	0.927	148.6° W
Sep 02	1	33	51.34	7	32	26.1	1974.0	0.852	134.7° W
Sep 03	2	30	45.03	11	25	31.1	1950.7	0.759	121.1° W
Sep 04	3	27	28.48	14	32	4.3	1923.9	0.655	107.9° W
Sep 05	4	23	52.28	16	43	18.2	1896.3	0.546	95.2° W
Sep 06	5	19	37.25	17	55	4.4	1869.8	0.438	82.8° W
Sep 07	6	14	19.23	18	7	26.6	1845.5	0.336	70.7° W
Sep 08	7	7	35.58	17	23	55.6	1824.3	0.243	59.0° W
Sep 09	7	59	11.04	15	50	33.0	1806.5	0.163	47.5° W
Sep 10	8	49	0.93	13	34	55.6	1792.0	0.097	36.2° W
Sep 11	9	37	11.42	10	45	27.7	1780.6	0.047	25.1° W
Sep 12	10	23	57.77	7	30	47.7	1772.2	0.015	14.1° W
Sep 13	11	9	41.86	3	59	28.8	1766.5	0.001	3.3° W
Sep 14	11	54	49.8	0	19	50.2	1763.7	0.005	7.8° E
Sep 15	12	39	50.01	-3	20	3.7	1763.8	0.026	18.6° E
Sep 16	13	25	11.64	-6	52	18.8	1767.0	0.065	29.5° E
Sep 17	14	11	23.13	-10	9	4.4	1773.8	0.120	40.4° E
Sep 18	14	58	50.47	-13	2	24.7	1784.6	0.189	51.4° E
Sep 19	15	47	54.94	-15	24	14.6	1799.6	0.270	62.5° E
Sep 20	16	38	50.31	-17	6	22.8	1819.1	0.363	73.9° E
Sep 21	17	31	40.04	-18	0	52.3	1843.0	0.463	85.6° E
Sep 22	18	26	15.63	-18	0	41.7	1870.6	0.567	97.6° E
Sep 23	19	22	17.51	-17	0	50.6	1900.9	0.672	110.0° E
Sep 24	20	19	19.45	-14	59	38.0	1931.9	0.772	122.8° E
Sep 25	21	16	55.43	-11	59	59.6	1961.1	0.861	136.2° E
Sep 26	22	14	46.33	-8	10	18.3	1985.5	0.933	150.0° E
Sep 27	23	12	43.63	-3	44	28.7	2002.0	0.981	164.0° E
Sep 28	0	10	48.32	0	58	58.2	2008.3	1.000	178.3° E
Sep 29	1	9	5.89	5	38	54.3	2003.6	0.988	167.4° W
Sep 30	2	7	39.02	9	54	16.1	1988.4	0.947	153.2° W

Gambar berikut adalah citra komposit Bulan yang diambil saat Gerhana Bulan yang terjadi bulan September 2015. Untuk setiap foto, pusat *frame* berimpit dengan garis utara-selatan dari umbra. Untuk soal ini, anggap pengamat berada di pusat Bumi.



(D2.1) [3 Poin] Pada bulan September 2015, apogee dari orbit Bulan berada dekat dengan:

New Moon / First Quarter / Full Moon / Third Quarter

Beri tanda ✓ pada Lembar Jawab. Uraian dari jawaban ini tidak diperlukan.

(D2.2) [4 Poin] Pada bulan September 2015, *ascending node* orbit Bulan relatif terhadap bidang ekliptika berada dekat dengan:

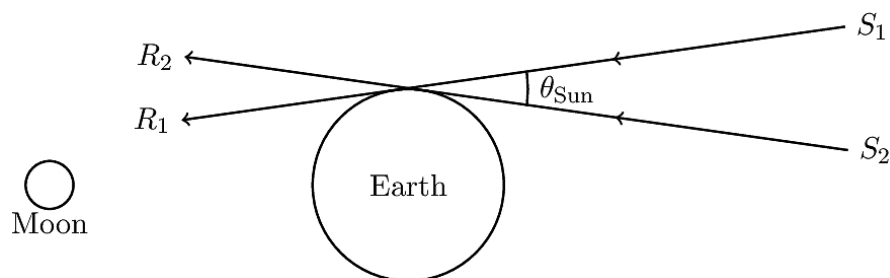
New Moon / First Quarter / Full Moon / Third Quarter

Beri tanda ✓ pada Lembar Jawab. Uraian dari jawaban ini tidak diperlukan.

(D2.3) [5 Poin] Perkirakan eksentrisitas orbit Bulan ( $e$ ) berdasarkan data yang diberikan.

(D2.4) [8 Poin] Perkirakan diameter sudut umbra ( $\theta_{\text{umbra}}$ ). Nyatakan dalam diameter sudut Bulan ( $\theta_{\text{Moon}}$ ). Tunjukkan pekerjaanmu pada gambar di bagian belakang Lembar Jawab.

(D2.5) [9 Poin] Bentangan sudut Matahari dilihat dari Bumi pada saat gerhana adalah  $\theta_{\text{Sun}} = 1915.0''$ . Pada gambar di bawah ini,  $S_1R_1$  dan  $S_2R_2$  adalah sinar Matahari yang datang dari dua ujung piringan Matahari. Gambar tidak sesuai skala.



Hitung diameter sudut penumbra ( $\theta_{\text{penumbra}}$ ). Nyatakan dalam  $\theta_{\text{Moon}}$ . Anggap pengamat berada di pusat Bumi.

(D2.6) [5 Poin] Misalkan  $\theta_{\text{Earth}}$  menyatakan diameter sudut Bumi dilihat dari pusat Bulan. Hitung diameter sudut Bulan ( $\theta_{\text{Moon}}$ ) yang tampak dari pusat Bumi saat gerhana. Nyatakan dalam  $\theta_{\text{Earth}}$ .

(D2.7) [3 Poin] Perkirakan radius Bulan ( $R_{\text{Moon}}$ ) berdasarkan hasil di atas. Nyatakan dalam satuan km.

(D2.8) [4 Poin] Perkirakan jarak terdekat ( $r_{\text{perigee}}$ ) dan terjauh ( $r_{\text{apogee}}$ ) Bulan.

(D2.9) [10 Poin] Gunakan ephemeris tanggal 10 September untuk memperkirakan jarak Matahari dari Bumi ( $d_{\text{Sun}}$ ).

**(D3) Supernova Tipe Ia**

Supernova tipe Ia dianggap sangat penting untuk mengukur jarak ekstragalaktik. Peningkatan dan penurunan kecerlangan supernova mengikuti kurva cahaya unik yang dapat membantu dalam mengenali supernova tipe Ia.

Kurva cahaya seluruh supernova Ia dapat *fit* dengan sebuah model kurva cahaya setelah dikalikan faktor skala yang tepat (*scaled appropriately*). Untuk itu, pertama-tama kita harus menggambarkan kurva cahaya pada kerangka diam dari galaksi induk dengan mempertimbangkan *cosmological stretching / dilation* yang membuat jeda waktu yang teramati ( $\Delta t_{\text{obs}}$ ) membesar dengan faktor  $(1 + z)$ . Jeda waktu pada kerangka diam dari galaksi induk dinyatakan sebagai  $\Delta t_{\text{gal}}$ .

Kurva cahaya supernova pada kerangka diam menurun sebesar 2 magnitudo dalam interval  $\Delta t_0$  setelah puncak. Jika dikalikan dengan faktor skala  $s$  (i.e.  $\Delta t_s = s\Delta t$ ), maka nilai  $\Delta t_0$  dari semua supernova akan sama nilainya dan kurva cahaya supernova akan tampak serupa. Selain itu, faktor  $s$  memiliki hubungan linier dengan magnitudo puncak supernova ( $M_{\text{peak}}$ ):

$$s = a + bM_{\text{peak}},$$

dengan  $a$  dan  $b$  sebagai konstanta. Dengan mengetahui faktor skala supernova, seseorang dapat menentukan magnitudo mutlak supernova yang jaraknya belum diketahui.

Tabel di bawah ini berisikan data tiga supernova yang meliputi modulus jarak ( $\mu$ ) dari dua supernova pertama, kecepatan menjauh ( $cz$ ), serta magnitudo semu supernova ( $m_{\text{obs}}$ ) pada beberapa waktu pengamatan. Jeda waktu  $\Delta t_{\text{obs}} \equiv t - t_{\text{peak}}$  menyatakan jumlah hari sejak supernova mencapai puncak kecerlangannya. Magnitudo semu yang teramati telah dikoreksi terhadap ekstingsi atmosfer dan materi antarbintang.

Nama	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
$\mu$ [mag]	34.27	35.64	
$cz$ [km s <sup>-1</sup> ]	4515	9426	12060

	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
$\Delta t_{\text{obs}}$ [hari]	$m_{\text{obs}}$ [mag]	$m_{\text{obs}}$ [mag]	$m_{\text{obs}}$ [mag]
-15.00	19.41	18.35	20.18
-10.00	17.48	17.26	18.79
-5.00	16.12	16.42	17.85
0.00	15.74	16.17	17.58
5.00	16.06	16.41	17.72
10.00	16.72	16.82	18.24
15.00	17.53	17.37	18.98
20.00	18.08	17.91	19.62
25.00	18.43	18.39	20.16
30.00	18.64	18.73	20.48

**(D3.1)** [15 Poin] Hitung  $\Delta t_{\text{gal}}$  untuk ketiga supernova. Isikan ke dalam kotak yang sesuai pada tabel di Lembar Jawab bagian BACK.

Pada kertas grafik, plot data dan gambarkan kurva cahaya ketiga supernova menurut kerangka diam. Beri label D3.1 pada grafik.

- (D3.2) [5 Poin] Gunakan faktor skala  $s_2 = 1.00$  untuk supernova SN2006IS. Hitung faktor skala  $s_1$  dan  $s_3$  untuk supernova SN2006TD dan SN2005LZ dengan cara membandingkan  $\Delta t_0$  ketiganya.
- (D3.3) [14 Poin] Untuk ketiga supernova, hitung jeda waktu yang telah dikali faktor skala ( $\Delta t_s$ ). Isikan ke dalam kotak yang sesuai pada tabel di Lembar Jawab bagian BACK.  
Pada kertas grafik yang lain, plot data dan gambarkan kurva cahaya ketiga supernova untuk menunjukkan bahwa ketiganya memiliki profil yang sama. Beri label D3.3 pada grafik.
- (D3.4) [6 Poin] Hitung magnitudo mutlak puncak  $M_{\text{peak},1}$  untuk SN2006TD dan  $M_{\text{peak},2}$  untuk SN2006IS. Gunakan kedua nilai untuk mendapatkan nilai  $a$  dan  $b$ .
- (D3.5) [4 Poin] Hitung magnitudo mutlak  $M_{\text{peak},3}$  dan modulus jarak  $\mu_3$  untuk SN2005LZ.
- (D3.6) [6 Poin] Gunakan modulus jarak  $\mu_3$  untuk memperkirakan nilai konstanta Hubble ( $H_0$ ). Kemudian, perkirakan usia Alam Semesta ( $T_H$ ).