

**(D1) Dvinaris pulsaras**

Paskutiniais dešimtmečiais astronomai atrado daug milisekundinių pulsarų (sukimosi periodas <10 ms). Dauguma šių pulsarų buvo atrasti dvinarėse sistemose, kuriose komponentės juda artimomis apskritimui orbitomis.

Dvinarės sistemos orbitoje judančio pulsaro išmatuotasis sukimosi periodas ( $P$ ) ir sistemos regėjimo kryptimi išmatuotasis radialinis pagreitis ( $a$ ) sistematiškai kinta dėl orbitinio judėjimo. Apskritiminės orbitos atveju šis kitimas gali būti aprašytas matematine formule panaudojant orbitinę fazę  $\phi$  ( $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ):

$$P(\phi) = P_0 + P_t \cos\phi \quad \text{čia } P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

$$a(\phi) = -a_t \sin\phi \quad \text{čia } a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

, čia  $P_B$  dvinarės sistemos orbitinis periodas,  $P_0$  pulsaro tikrasis sukimosi periodas,  $r$  orbitos spindulys, (dydžiai su indeksu  $t$  - parametų kitimo amplitudės).

Lentelėje žemiau pateikiami tokie  $P$  ir  $a$  matavimai skirtingose heliocentrinėse epochose,  $T$ , kurios išreikštos sutrumpintomis modifikuotomis Julijaus dienomis (tMJD), t.y., dienų skaičius, praėjęs nuo MJD = 24440000.

No.	$T$ (tMJD)	$P$ ( $\mu$ s)	$a$ ( $m\ s^{-2}$ )
1	5740.654	7587.8889	-0.92±0.08
2	5740.703	7587.8334	-0.24±0.08
3	5746.100	7588.4100	-1.68±0.04
4	5746.675	7588.5810	+1.67±0.06
5	5981.811	7587.8836	+0.72±0.06
6	5983.932	7587.8552	-0.44±0.08
7	6005.893	7589.1029	+0.52±0.08
8	6040.857	7589.1350	+0.00±0.04
9	6335.904	7589.1358	+0.00±0.02

Grafike atidėję  $a(\phi)$  priklausomybę nuo  $P(\phi)$  gauname parametrinę kreivę. Ši kreivė periodo-pagreičio plokštumoje yra elipsė, kurios pusašiai atitinka parametų kitimo amplitudes.

Šioje užduotyje tikrasis sukimosi periodas  $P_0$ , orbitinis periodas  $P_B$  ir orbitos spindulys  $r$  įvertinami remiantis duotų duomenų analize ir prielaida, kad pulsaro orbita apskritiminė.

- (D1.1) Atidėkite duomenis periodo-pagreičio plokštumoje, pažymėkite ir paklaidų ribas (pavadinkite šį grafiką "D1.1"). 7
- (D1.2) Nupieškite elipsę šiame grafike taip, kad ji geriausiai atitiktų atidėtus taškus, atsižvelgiant ir į paklaidas (tas pats "D1.1" grafikas). Svarbiausia elipsės centro tikslumas. 2
- (D1.3) Iš šio grafiko įvertinkite  $P_0$ ,  $P_t$  ir  $a_t$ , ir jų paklaidų ribas. 7
- (D1.4) Išreikškite dydžius  $P_B$  ir  $r$  per  $P_0$ ,  $P_t$ ,  $a_t$ . 4
- (D1.5) Apskaičiuokite apytikslus dydžius  $P_B$  ir  $r$  remdamiesi (D1.3) gautais įverčiais įskaitant ir paklaidas. 6
- (D1.6) Apskaičiuokite orbitines fazes,  $\phi$ , penkioms epochoms, kurios duotos duomenų lentelėje 1, 4, 6, 8, 9 eilutėse. 4
- (D1.7) Patikslinkite orbitinio periodo  $P_B$  vertę panaudodami (D1.6) dalies rezultatus tokiu būdu:
  - (D1.7a) Pirma, nustatykite pradinę epochą  $T_0$ , kuri atitinka artimiausią epochą nulinei fazei 2

(D1.7b) Tikėtinas laikas,  $T_{\text{calc}}$ , kiekvieno stebėjimo įvertintosios fazės yra

$$T_{\text{calc}} = T_0 + \left(n + \frac{\phi}{360^\circ}\right) P_B,$$

čia  $n$  yra pilnas orbitinių fazių ciklų skaičius, kuris galėjo praeiti tarp  $T_0$  ir  $T_{\text{calc}}$ . Įvertinkite  $n$  ir  $T_{\text{calc}}$  kiekvienam iš penkių stebėjimų (D1.6) dalyje. Apskaičiuokite skirtumus  $T_{0-C}$  tarp stebėtųjų  $T$  ir apskaičiuotųjų  $T_{\text{calc}}$ . Šiuos skaičiavimus surašykite į atitinkamą lentelę pateiktą glausto atsakymo lape.

7

(D1.7c) Atidėkite  $T_{0-C}$  priklausomybę nuo  $n$  (pavadinkite šį grafiką "D1.7").

4

(D1.7d) Nustatykite patikslintą pradinę epochą,  $T_{0,r}$ , ir orbitinį periodą,  $P_{B,r}$ .

7

**(D2) Mėnulio atstumas**

Lentelėje pateiktos 2015 m. rugsėjo mėn. Mėnulio geocentrinės efemeridės apskaičiuotos 00:00 UT.

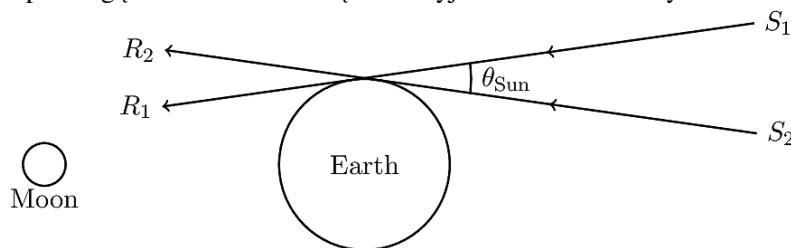
Data	R.A. ( $\alpha$ )			Dec. ( $\delta$ )			Kampinis skersmuo ( $\theta$ )	Fazė $\phi$	Elongacija
	h	m	s	°	'	"			
Sep 01	0	36	46.02	3	6	16.8	1991.2	0.927	148.6° W
Sep 02	1	33	51.34	7	32	26.1	1974.0	0.852	134.7° W
Sep 03	2	30	45.03	11	25	31.1	1950.7	0.759	121.1° W
Sep 04	3	27	28.48	14	32	4.3	1923.9	0.655	107.9° W
Sep 05	4	23	52.28	16	43	18.2	1896.3	0.546	95.2° W
Sep 06	5	19	37.25	17	55	4.4	1869.8	0.438	82.8° W
Sep 07	6	14	19.23	18	7	26.6	1845.5	0.336	70.7° W
Sep 08	7	7	35.58	17	23	55.6	1824.3	0.243	59.0° W
Sep 09	7	59	11.04	15	50	33.0	1806.5	0.163	47.5° W
Sep 10	8	49	0.93	13	34	55.6	1792.0	0.097	36.2° W
Sep 11	9	37	11.42	10	45	27.7	1780.6	0.047	25.1° W
Sep 12	10	23	57.77	7	30	47.7	1772.2	0.015	14.1° W
Sep 13	11	9	41.86	3	59	28.8	1766.5	0.001	3.3° W
Sep 14	11	54	49.80	0	19	50.2	1763.7	0.005	7.8° E
Sep 15	12	39	50.01	-3	20	3.7	1763.8	0.026	18.6° E
Sep 16	13	25	11.64	-6	52	18.8	1767.0	0.065	29.5° E
Sep 17	14	11	23.13	-10	9	4.4	1773.8	0.120	40.4° E
Sep 18	14	58	50.47	-13	2	24.7	1784.6	0.189	51.4° E
Sep 19	15	47	54.94	-15	24	14.6	1799.6	0.270	62.5° E
Sep 20	16	38	50.31	-17	6	22.8	1819.1	0.363	73.9° E
Sep 21	17	31	40.04	-18	0	52.3	1843.0	0.463	85.6° E
Sep 22	18	26	15.63	-18	0	41.7	1870.6	0.567	97.6° E
Sep 23	19	22	17.51	-17	0	50.6	1900.9	0.672	110.0° E
Sep 24	20	19	19.45	-14	59	38.0	1931.9	0.772	122.8° E
Sep 25	21	16	55.43	-11	59	59.6	1961.1	0.861	136.2° E
Sep 26	22	14	46.33	-8	10	18.3	1985.5	0.933	150.0° E
Sep 27	23	12	43.63	-3	44	28.7	2002.0	0.981	164.0° E
Sep 28	0	10	48.32	0	58	58.2	2008.3	1.000	178.3° E
Sep 29	1	9	5.89	5	38	54.3	2003.6	0.988	167.4° W
Sep 30	2	7	39.02	9	54	16.1	1988.4	0.947	153.2° W

Žemiau pateikta Mėnulio nuotraukų serija<sup>1</sup> gauta fotografuojant rugsėjo mėnesio visiško Mėnulio užtemimo eigą. Kiekvienos nuotraukos centras sutapo su šešėlio centrine šiaurės-pietų linija.

Prielaidos: stebėtojas yra Žemės centre, o nurodyti kampiniai dydžiai yra objekto ar šešėlio kampiniai skersmenys.



- (D2.1) 2015 m. rugsėjį Mėnulio orbitos apogėjus buvo arčiausiai šios fazės: 3  
Jaunatis / Priešpilnis / Pilnatis / Delčia.  
(New Moon / First Quarter / Full Moon / Third Quarter)  
Pažymėkite teisingą atsakymą glausto atsakymo lape. Atsakymo pagrindimas nereikalingas.
- (D2.2) 2015 m. rugsėjį Mėnulio orbitos kylantysis mazgas ekliptikos atžvilgiu buvo arčiausiai šios fazės: 4  
Jaunatis / Priešpilnis / Pilnatis / Delčia.  
(New Moon / First Quarter / Full Moon / Third Quarter)  
Pažymėkite teisingą atsakymą glausto atsakymo lape. Atsakymo pagrindimas nereikalingas.
- (D2.3) Panaudodami turimus duomenis apskaičiuokite Mėnulio orbitos ekscentricitetą  $e$ . 4
- (D2.4) Apskaičiuokite šešėlio kampinį skersmenį,  $\theta_{\text{umbra}}$ , išreikštą per Mėnulio kampinį skersmenį,  $\theta_{\text{Moon}}$ . Šią užduotį turite atlikti naudodami paveikslą, pateiktą glausto atsakymo lapo užpakalinėje pusėje. 8
- (D2.5) Žinoma, kad Saulės spindulių konvergavimo kampas prie Žemės Mėnulio užtemimo metu, buvo lygus  $\theta_{\text{Sun}} = 1915.0''$ . Žemiau pateiktame brėžinyje  $S_1R_1$  ir  $S_2R_2$  yra Saulės spinduliai, ateinantys iš priešingų Saulės disko kraštų. Brėžinyje mastelis neišlaikytas. 9



Apskaičiuokite pusšešėlio kampinį skersmenį  $\theta_{\text{penumbra}}$ , išreikštą per Mėnulio disko kampinį skersmenį,  $\theta_{\text{Moon}}$ . Prielaida: stebėtojas yra Žemės centre.

- (D2.6) Tarkime, kad  $\theta_{\text{Earth}}$  yra Žemės kampinis skersmuo, matomas iš Mėnulio centro. Apskaičiuokite Mėnulio kampinį skersmenį  $\theta_{\text{Moon}}$ , išreikštą per  $\theta_{\text{Earth}}$ , užtemimo metu, jei stebėtojas yra Žemės centre. 5
- (D2.7) Panaudodami aukščiau gautus rezultatus apskaičiuokite Mėnulio spindulį  $R_{\text{Moon}}$  km. 3
- (D2.8) Apskaičiuokite Mėnulio mažiausią nuotolį  $r_{\text{perigee}}$  ir didžiausią nuotolį  $r_{\text{apogee}}$ . 4
- (D2.9) Nustatykite Saulės atstumą nuo Žemės  $d_{\text{Sun}}$ , panaudodami rugsėjo 10 d. reikalingus duomenis. 10

(D3) **Ia tipo supernova**

Ia tipo supernovos yra labai svarbios matuojant atstumus iki tolimų užgalaktinių objektų. Šio tipo supernovų spindesio kitimas pasižymi tam tikra, tik joms būdinga eiga, kuri ir padeda šias supernovas atpažinti. Po staigaus supernovos sužibimo seka, iš pradžių greitesnis, vėliau lėtesnis, spindesio mažėjimas.

Visų Ia tipo supernovų spindesio kitimo kreives, parinkus joms tinkamus skalės faktorius, galima sutapatinti su viena ir ta pačia modeline spindesio kitimo kreive. Tuo tikslu, kiekvieną spindesio kitimo kreivę turime atvaizduoti galaktikos, kurioje supernova sprogo, atskaitos sistemoje. T.y., turime įskaityti tai, kad Žemėje stebimi su supernova susiję laiko intervalai,  $\Delta t_{\text{obs}}$ , dėl kosmologinio plėtimosi yra pailgėję  $(1 + z)$  kartų, čia  $z$  – motininės galaktikos kosmologinis raudonasis poslinkis.

Pavyzdžiui, jei stebėtojo atžvilgiu nejudančioje atskaitos sistemoje (rimties sistemoje) esančios supernovos spindesys pasikeičia 2 (dviem) ryškiais per laiko intervalą  $\Delta t_0$ , tai suderinat visų supernovų spindesio kitimo kreivių skales, reikia joms parinkti tokius laiko intervalų suderinimo koeficientus  $s$  (t.y.,  $\Delta t_s = s\Delta t$ ), kad po perskaičiavimo visų supernovų  $\Delta t_0$  sutaptų.

Koeficientas  $s$  yra tiesiškai susijęs su supernovos absoliutiniu ryškiu jos spindesio maksimume,  $M_{\text{peak}}$ , t.y., galima užrašyti tokią išraišką:

$$s = a + bM_{\text{peak}}$$

kur  $a$  ir  $b$  - tiesės konstantos.

Kai žinomos tiesės konstantos ir suderinimo koeficientas  $s$ , remiantis šiuo sąryšiu galima rasti nežinomame nuotolyje esančios supernovos absoliutinį ryškį.

Lentelėje žemiau pateikti trijų supernovų duomenys: atstumo modulis,  $\mu$ , (pirmosioms dviems), kosmologinis tolumo greitis,  $cz$ , ir regimasis ryškis,  $m_{\text{obs}}$ , įvairiais laiko momentais. Laiko tarpas  $\Delta t_{\text{obs}} \equiv t - t_{\text{peak}}$  rodo dienų skaičių skiriančią einamąją datą nuo datos, kai supernovos spindesys pasiekia maksimumą. Regimasis ryškis dėl tarpžvaigždinės ir atmosferinės ekstinkcijos poveikio jau yra ištaisytas.

Name	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
$\mu$ (mag)	34.27	35.64	
$cz$ (km s <sup>-1</sup> )	4515	9426	12060
$\Delta t_{\text{obs}}$ (d)	$m_{\text{obs}}$ (mag)	$m_{\text{obs}}$ (mag)	$m_{\text{obs}}$ (mag)
-15.00	19.41	18.35	20.18
-10.00	17.48	17.26	18.79
-5.00	16.12	16.42	17.85
0.00	15.74	16.17	17.58
5.00	16.06	16.41	17.72
10.00	16.72	16.82	18.24
15.00	17.53	17.37	18.98
20.00	18.08	17.91	19.62
25.00	18.43	18.39	20.16
30.00	18.64	18.73	20.48

- (D3.1) Apskaičiuokite visoms trimis supernovoms, kokie laiko intervalai,  $\Delta t_{gal}$ , būtų stebimi rimties sistemoje, susietoje su atitinkamos supernovos motinine galaktika (žr. antrą pastraipą aukščiau). Rezultatus surašykite kitoje atsakymų lapo pusėje pateiktose lentelėse. Ant grafinio popieriaus nubraižykite perskaičiuotąsias rimties sistemoms spindesio kitimo kreives (pavadinkite grafiką “D3.1”). 15
- (D3.2) Priimame, kad supernovai SN2006IS laiko intervalų suderinimo koeficientas,  $s_2$ , yra lygus 1.00. Raskite, atitinkamus suderinimo koeficientus,  $s_1$  ir  $s_3$ , kitoms dviems supernovoms SN2006TD ir SN2005LZ, apskaičiuodami ir suderindami visų jų  $\Delta t_0$  (žr. trečią pastraipą). 5
- (D3.3) Apskaičiuokite visoms supernovoms suderintuosius rimties sistemų laiko intervalus  $\Delta t_s$ . Rezultatus surašykite atitinkamuose atsakymų lentelių stulpeliuose. Ant kito grafinio popieriaus nubraižykite visų supernovų suderintąsias spindesio kitimo kreives (pavadinkite grafiką “D3.3”), patikrinimui, kad jų profiliai identiški. 14
- (D3.4) Apskaičiuokite supernovų SN2006TD ir SN2006IS absoliutinius ryškius jų spindesio maksimumuose,  $M_{peak,1}$  ir  $M_{peak,2}$ . Rezultatus panaudokite tiesės konstantų  $a$  ir  $b$  suradimui. 6
- (D3.5) Apskaičiuokite supernovos SN2005LZ absoliutinį ryškį jos spindesio maksimume,  $M_{peak,3}$ , ir jos atstumo modulį,  $\mu_3$ . 4
- (D3.6) Apskaičiuokite Hubble konstantos,  $H_0$ , vertę, remdamiesi gautuoju atstumo moduli  $\mu_3$ . Tada iš jos nustatykite charakteringąjį Visatos amžių,  $T_H$ . 6