

**(D1) Pulsar Binario**

A través de búsquedas sistemáticas a lo largo de las últimas décadas, astrónomos han encontrado un gran número de pulsares de milisegundos (periodos de rotación  $< 10$  ms). La mayoría de estos pulsares se encuentran en sistemas binarios, con órbitas casi-circulares

Para un pulsar en una órbita binaria, tanto el periodo de rotación del pulsar ( $P$ ) medido como la aceleración en la línea de visión ( $a$ ) medida varían de forma sistemática debido al movimiento orbital. Para órbitas circulares, esta variación puede ser descrita matemáticamente en términos de la fase orbital  $\Phi$  ( $0 \leq \Phi \leq 2\pi$ ) con,

$$P(\Phi) = P_0 + P_t \cos\Phi \quad \text{donde} \quad P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

$$a(\Phi) = -a_t \sin\Phi \quad \text{donde} \quad a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

donde  $P_B$  es el periodo orbital de la binaria,  $P_0$  es el periodo de rotación intrínseco del pulsar, y  $r$  es el radio de la órbita.

La tabla siguiente muestra uno de esos conjuntos de mediciones de  $P$  y  $a$  en diferentes épocas heliocéntricas,  $T$ , expresadas en Días Julianos Modificados Truncados (truncated Modified Julian Days, tMJD) i.e. número de días desde MJD = 2,440,000.

No.	T (tMJD)	P ( $\mu$ s)	a ( $m s^{-2}$ )
1	5740.654	7587.8889	$-0.92 \pm 0.08$
2	5740.703	7587.8334	$-0.24 \pm 0.08$
3	5746.100	7588.4100	$-1.68 \pm 0.04$
4	5746.675	7588.5810	$+1.67 \pm 0.06$
5	5981.811	7587.8836	$+0.72 \pm 0.06$
6	5983.932	7587.8552	$-0.44 \pm 0.08$
7	6005.893	7589.1029	$+0.52 \pm 0.08$
8	6040.857	7589.1350	$+0.00 \pm 0.04$
9	6335.904	7589.1358	$+0.00 \pm 0.02$

Graficando  $a(\Phi)$  en función de  $P(\Phi)$ , se puede obtener una curva paramétrica. Revisando las ecuaciones de arriba, resulta evidente que esta curva es una elipse en el plano periodo-aceleración.

En este problema, se estimará el periodo de rotación intrínseco,  $P_0$ , el periodo orbital,  $P_B$ , y el radio orbital,  $r$ , realizando un análisis de este conjunto de datos, y asumiendo una órbita circular.

- (D1.1) Grafica los datos, incluyendo las barras de error, en el plano periodo-aceleración (marca tu gráfica con "D1.1"). 7
- (D1.2) Dibuja la elipse que parezca ajustarse mejor al conjunto de datos (en la misma gráfica "D1.1"). 2
- (D1.3) De la gráfica, estima el valor de  $P_0$ ,  $P_t$  y  $a_t$ , incluyendo los márgenes de error. 7
- (D1.4) Escribe las expresiones para  $P_B$  y  $r$  en términos de  $P_0$ ,  $P_t$ ,  $a_t$ . 7
- (D1.5) Calcula el valor aproximado de  $P_B$  y  $r$  en base a la estimación que hiciste en (D1.3), incluyendo los márgenes de error. 4
- (D1.6) Calcula la fase orbital,  $\Phi$ , correspondiente a las siguientes cinco observaciones de la tabla de arriba: filas de datos 1, 4, 6, 8, 9. 6
- (D1.7) Refina el periodo orbital estimado,  $P_B$ , usando los resultados de (D1.6) en el siguiente modo: 4
  - (D1.7.a) Primero, determina la época inicial,  $T_0$ , que corresponde a la época más cercana a aquella en que la fase orbital es cero, antes de la primer observación. 2
  - (D1.7.b) El tiempo esperado,  $T_{calc}$ , del ángulo de fase orbital para cada observación está dada por 7

$$T_{calc} = T_0 + \left( n + \frac{\Phi}{360^\circ} \right) P_B,$$

donde  $n$  es el número de revoluciones orbitales completadas entre  $T_0$  y  $T$  (o  $T_{calc}$ ). Estima el valor de  $n$  y  $T_{calc}$  para cada una de las cinco observaciones enlistadas en (D1.6). Anota las diferencias  $T_{O-C}$  entre las  $T$  y  $T_{calc}$  observadas. Registra estos cálculos en la tabla dada en la hoja de respuestas.

(D1.7.c) Graficat  $T_{O-C}$  contra  $n$  (marca tu gráfica como “D1.7”).

(D1.7.d) Determina los valores refinados de la época inicial,  $T_{0,r}$ , y del periodo orbital,  $P_{B,r}$ .

7

### (D2) Distancia a la Luna

Las efemérides geocéntricas de la luna para el mes de septiembre del 2015, están dadas en la siguiente tabla. Cada lectura fue tomada a las 00:00 UT.

Día	A.R. (R.A. en inglés)( $\alpha$ )			Dec. ( $\delta$ )			Tamaño Angular( $\theta$ )	Fase ( $\phi$ )	Elongación
	h	m	s	°	'	"	"	%	de la Luna
Sep 01	0	36	46.02	3	6	16.8	1991.2	0.927	148.6° O
Sep 02	1	33	51.34	7	32	26.1	1974.0	0.852	134.7° O
Sep 03	2	30	45.03	11	25	31.1	1950.7	0.759	121.1° O
Sep 04	3	27	28.48	14	32	4.3	1923.9	0.655	107.9° O
Sep 05	4	23	52.28	16	43	18.2	1896.3	0.546	95.2° O
Sep 06	5	19	37.25	17	55	4.4	1869.8	0.438	82.8° O
Sep 07	6	14	19.23	18	7	26.6	1845.5	0.336	70.7° O
Sep 08	7	7	35.58	17	23	55.6	1824.3	0.243	59.0° O
Sep 09	7	59	11.04	15	50	33.0	1806.5	0.163	47.5° O
Sep 10	8	49	0.93	13	34	55.6	1792.0	0.097	36.2° O
Sep 11	9	37	11.42	10	45	27.7	1780.6	0.047	25.1° O
Sep 12	10	23	57.77	7	30	47.7	1772.2	0.015	14.1° O
Sep 13	11	9	41.86	3	59	28.8	1766.5	0.001	3.3° O
Sep 14	11	54	49.80	0	19	50.2	1763.7	0.005	7.8° E
Sep 15	12	39	50.01	-3	20	3.7	1763.8	0.026	18.6° E
Sep 16	13	25	11.64	-6	52	18.8	1767.0	0.065	29.5° E
Sep 17	14	11	23.13	-10	9	4.4	1773.8	0.120	40.4° E
Sep 18	14	58	50.47	-13	2	24.7	1784.6	0.189	51.4° E
Sep 19	15	47	54.94	-15	24	14.6	1799.6	0.270	62.5° E
Sep 20	16	38	50.31	-17	6	22.8	1819.1	0.363	73.9° E
Sep 21	17	31	40.04	-18	0	52.3	1843.0	0.463	85.6° E
Sep 22	18	26	15.63	-18	0	41.7	1870.6	0.567	97.6° E
Sep 23	19	22	17.51	-17	0	50.6	1900.9	0.672	110.0° E
Sep 24	20	19	19.45	-14	59	38.0	1931.9	0.772	122.8° E
Sep 25	21	16	55.43	-11	59	59.6	1961.1	0.861	136.2° E
Sep 26	22	14	46.33	-8	10	18.3	1985.5	0.933	150.0° E
Sep 27	23	12	43.63	-3	44	28.7	2002.0	0.981	164.0° E
Sep 28	0	10	48.32	0	58	58.2	2008.3	1.000	178.3° E
Sep 29	1	9	5.89	5	38	54.3	2003.6	0.988	167.4° O
Sep 30	2	7	39.02	9	54	16.1	1988.4	0.947	153.2° O

La figura compuesta de varias capturas de abajo<sup>1</sup> muestra múltiples fotografías (a diferentes horas) de la evolución del eclipse total de luna, ocurrido en este mes. Por cada captura, el centro de la sombra de la Tierra, siempre coincide centrada en la línea de norte a sur de la sombra.

Para este problema, asumimos que el observador se encuentra en el centro de la Tierra y el tamaño angular se refiere a el diámetro angular del objeto o sombra.



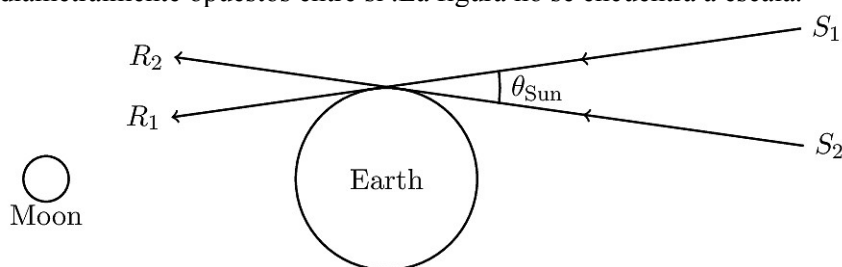
(D2.1) En Septiembre del 2015, el apogeo de la órbita lunar es cercana a:  
Luna Nueva/ Primer cuarto(Creciente) / Luna llena / Tercer Cuarto (Menguante).  
Con una paloma, marque la respuesta correcta en la hoja de respuestas. No es necesario hacer una justificación para esta respuesta.

(D2.2) En septiembre del 2015, el nodo ascendente de la órbita lunar con respecto a la elíptica es cerca a:  
Luna Nueva/ Primer cuarto(Creciente) / Luna llena / Tercer Cuarto (Menguante).  
Con una paloma, marque la respuesta correcta en la hoja de respuestas. No es necesario hacer una justificación para esta respuesta.

(D2.3) Estime la excentricidad,  $e$ , de la órbita lunar partir de los datos de la tabla.

(D2.4) Estime el tamaño angular de la sombra,  $\theta_{\text{umbra}}$ , en términos de el tamaño angular de la Luna,  $\theta_{\text{Moon}}$ . Muestre su trabajo trazado de la imagen, en el REVERSO de la hoja de respuestas. 8

(D2.5) El ángulo subtendido por el Sol en la Tierra en un día de eclipse lunar es conocido como  $\theta_{\text{Sun}} = 1915.0''$ . En la figura de abajo,  $S_1R_1$  y  $S_2R_2$  son los rayos que salen del disco solar, diametralmente opuestos entre si .La figura no se encuentra a escala. 9



Calculate the angular size of the penumbra,  $\theta_{\text{penumbra}}$ , in terms of  $\theta_{\text{Moon}}$ . Assume the observer to be at the centre of the Earth.

(D2.6) sea  $\theta_{\text{Earth}}$  el tamaño angular de la Tierra visto desde por un observador desde el centro de la Luna. Estimar el tamaño angular de la Luna,  $\theta_{\text{Moon}}$ , en el caso en que si se hubiera visto desde el centro de la Tierra el día del eclipse en términos de  $\theta_{\text{Earth}}$ .

(D2.7) Estime el radio de la Luna,  $R_{\text{Moon}}$ , in km partir de su resultados obtenidos de los incisos anteriores. 3

(D2.8) Estime la distancia mas corta,  $r_{\text{perigee}}$ , la distancia mas larga,  $r_{\text{apogee}}$ , a la Luna.

(D2.9) Use datos apropiados del mes de septiembre para poder estimar la distancia que hay entre la Tierra y el Sol,  $r_{\text{Sun}}$ . 4

**(D3) Supernova Tipo IA**

Una supernova de clase Ia es considerada importante para realizar mediciones de grandes distancias extragalácticas. El brillo y el subsecuente oscurecimiento de esta explosión, describe una curva de luz característica, la cual ayuda a identificar ésta como una supernova de tipo o clase Ia.

Las curvas de luz para todos los tipos de supernova Ia, pueden ser ajustadas exactamente con e mismo modelo de curva de luz, cuando ellas estas escalas apropiadamente. Para que esto sea posible, primero debemos expresar las curvas de luz en marco de referencia de la galaxia anfitriona, tiendo cuidado que el elongamiento/dilatación cosmológica para todos los observadores en intervalos de tiempo,  $\Delta t_{obs}$ , por le factor de  $(1+z)$ . El intervalo de tiempo en el resto del marco de la galaxia anfitriona es denotada como  $\Delta t_{gal}$ .

El resto del marco de referencia de la curva de luz cambia en dos magnitudes respecto al pico, en un intervalo de tiempo  $\Delta t_0$  después éste. Si mas adelante escalamos los intervalos de tiempo por un pequeño factor  $s$  (es decir:  $\Delta t_s = s\Delta t_{gal}$ ) tal que el valor escalado de  $\Delta t_0$  es el mismo para todas las supernovas, las curvas de luz resultan tener la misma figura. Esto también resulta que  $s$  está relacionada linealmente con la magnitud absoluta,  $M_{peak}$ , para el pico de luminosidad para la supernova. Esto se puede escribir como:

$$s = a + b M_{peak},$$

donde  $a$  y  $b$  son constantes. Conociendo el factor de escala, uno puede determinar la magnitud absoluta de una supernovas para una distancia desconocida, a partir de la ecuación lineal anterior.

La siguiente tabla muestra datos para tres supernovas, incluyendo el módulo de distancia,  $\mu$  (para las primera dos), respectiva velocidad de recesión,  $cz$ , y sus respectivas magnitudes aparentes,  $m_{obs}$ , a diferentes tiempos. El tiempo  $\Delta t_{obs} = t - t_{peak}$ , muestra el número de días a partir de la fecha en la cual la respectiva supernova alcanza su pico de brillo. La magnitudes observadas ya han sido corregidas para extensión atmosférica así como interestellar.

Nombre	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
$\mu$ (mag)	34.27	35.64	
$cz$ (km s <sup>-1</sup> )	4515	9426	12060
$\Delta t_{obs}$ (d)	$m_{obs}$ (mag)	$m_{obs}$ (mag)	$m_{obs}$ (mag)
-15.00	19.41	18.35	20.18
-10.00	17.48	17.26	18.79
-5.00	16.12	16.42	17.85
0.00	15.74	16.17	17.58
5.00	16.06	16.41	17.72
10.00	16.72	16.82	18.24
15.00	17.53	17.37	18.98
20.00	18.08	17.91	19.62
25.00	18.43	18.39	20.16
30.00	18.64	18.73	20.48

(D3.1) Calcula los valores  $\Delta t_{gal}$  para las tres supernovas, y escríbelos en los espacios en blanco de la tabla de datos en el REVERSO de la hoja de respuestas. En el papel cuadrículado, grafica los puntos y dibuja las tres curvas de luz en el resto del marco (marca tus gráficas con "D3.1").

**15**

(D3.2) Toma el factor de escala,  $S_2$ , para renormalizar la supernova *SN 2006IS* a 1.00. Calcula los factores de escala,  $S_1$  y  $S_3$ , para las otras dos supernovas, *SN 2006TD* y *SN 2005LZ*, respectivamente, calculando sus  $\Delta t_0$ .

**5**

(D3.3) Calcula las diferencias de tiempo escalado,  $\Delta t_s$ , para las tres supernovas. Escribe los valores de  $\Delta t_s$  en la misma tabla de datos en la hoja de respuestas. En otro papel cuadrículado, grafica las 3 curvas de luz para verigicar que ahora tienen un perfil idéntico (marca tu gráfica con "D3.3").

**14**

- (D3.4) Calcula las magnitudes absolutas en los picos de brillo,  $M_{peak,1}$ , para *SN2006TD*, y  $M_{peak,2}$ , para *SN 2006IS*. Usa estos valores para calcular  $a$  y  $b$ . 6
- (D3.5) Calcula la magnitud absoluta en el pico de brillo,  $M_{peak,3}$ , y módulo de distancia,  $\mu_3$ , para *SN 2006LZ*. 4
- (D3.6) Usa el módulo de distancia  $\mu_3$  para estimar el valor de la constante de Hubble,  $H_0$ . Además, calcula la edad característica del universo,  $T_H$ . 10