

(D1) Pulsar podwójny

Dzięki systematycznym badaniom na przestrzeni ostatnich dziesiątek lat astronom znalazł dużą liczbę pulsarów milisekundowych (okres obrotu  $< 10ms$ ) W większość przypadków pulsary są składnikami układów podwójnych o niemal kołowych orbitach.

Dla pulsarów w układach podwójnych, mierzony okres obrotu ( $P$ ) oraz mierzone przyspieszenie ( $a$ ) na linii widzenia zmieniają się okresowo z powodu ruchu orbitalnego. Dla orbit kołowych, zmiany mogą być opisane matematycznie, przy użyciu fazy orbitalnej ( $\phi$ ) ( $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ) jako:

$$P(\phi) = P_0 + P_t \cos\phi \quad \text{gdzie } P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

$$a(\phi) = -a_t \sin\phi \quad \text{gdzie } a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

gdzie  $P_B$  to okres orbitalny układu podwójnego,  $P_0$  jest faktycznym okresem obrotu pulsara, zaś  $r$  jest promieniem orbity.

Poniższa tabela przedstawia serię zmierzonych  $P$  oraz  $a$  w zależności od czasu  $T$  mierzonego przez obserwatora heliocentrycznego. Czas jest wyrażony w obciętej Modyfikowanej Dacie Juliańskiej (tMJD), to znaczy podano liczbę dni jaka upłynęła od dnia MJD=2440000.

No.	T (tMJD)	P ( $\mu s$ )	a ( $m s^{-2}$ )
1	5740.654	7587.8889	- 0.92 $\pm$ 0.08
2	5740.703	7587.8334	- 0.24 $\pm$ 0.08
3	5746.100	7588.4100	- 1.68 $\pm$ 0.04
4	5746.675	7588.5810	+ 1.67 $\pm$ 0.06
5	5981.811	7587.8836	+ 0.72 $\pm$ 0.06
6	5983.932	7587.8552	- 0.44 $\pm$ 0.08
7	6005.893	7589.1029	+ 0.52 $\pm$ 0.08
8	6040.857	7589.1350	+ 0.00 $\pm$ 0.04
9	6335.904	7589.1358	+ 0.00 $\pm$ 0.02

Nanosząc na wykres zależności  $P(\phi)$  od  $a(\phi)$ , możemy uzyskać krzywą parametryczną. Na podstawie podanych wzorów można zauważyć, że krzywa ta w przestrzeni okres-przyspieszenie ma kształt elipsy.

W zadaniu tym wyznacz faktyczny okres obrotu  $P_0$ , okres orbitalny  $P_B$ , oraz promień orbity  $r$ , analizując dane z założeniem orbity kołowej.

(D1.1) Sporządź wykres danych, wraz z niepewnościami, w przestrzeni okres-przyspieszenie (oznacz wykres „D1.1”)

7

(D1.2) Narysuj najlepiej dopasowaną do punktów elipsę (na tym samym wykresie „D1.1”)

2

(D1.3) Z wykresu wyznacz  $P_0$ ,  $P_t$ , oraz  $a_t$ , z odpowiednimi niepewnościami.

7

(D1.4) Wyprowadź wzory na  $P_B$  oraz  $r$  wyrażone za pomocą wielkości  $P_0$ ,  $P_t$ ,  $a_t$ .

4

(D1.5) Oblicz przybliżone wartości  $P_B$  oraz  $r$  opierają się o wartości wyznaczone w (D1.3) wraz z odpowiednimi niepewnościami.

6

(D1.6) Oblicz fazę orbitalną ( $\phi$ ) odpowiadającą pięciu obserwacjom w tabeli powyżej o numerach wierszy: 1, 4, 6, 8, 9.

4

(D1.7) Popraw wyznaczone wartości okresu orbitalnego  $P_B$  używając wyników uzyskanych w punkcie (D1.6) w następujący sposób:

(D1.7.a) Po pierwsze, wyznacz epokę początkową  $T_0$ , odpowiadającą najbliższej epoce o fazie orbitalnej równej zero, przed pierwszą obserwacją. 2

(D1.7.b) Moment czasu przewidywanego minimum  $T_{\text{calc}}$ , dla każdej obserwacji w zależności od kąta fazy orbitalnej wyraża się wzorem: 7

$$T_{\text{calc}} = T_0 + \left( n + \frac{\phi}{360^\circ} \right) P_B,$$

gdzie  $n$  jest liczbą pełnych okresów które powinny się odbyć pomiędzy  $T_0$  a  $T$  (lub  $T_{\text{calc}}$ ), Wyznacz  $n$  oraz  $T_{\text{calc}}$ , dla każdych z pięciu obserwacji z punktu (D1.6). Wypisz różnice  $T_{O-C}$  pomiędzy czasem  $T$  a czasem  $T_{\text{calc}}$ , wprowadź uzyskane wyniki do tabeli znajdującej się na Karcie Odpowiedzi.

(D1.7.c) Sporządź wykres  $T_{O-C}$  od  $n$  (oznacz ten wykres „D1.7”) 4

(D1.7.d) Wyznacz poprawione wartości epoki początkowej  $T_{0,r}$ , oraz okresu orbitalnego  $P_{B,r}$ . 7

(D2) **Odległość do Księżyca**

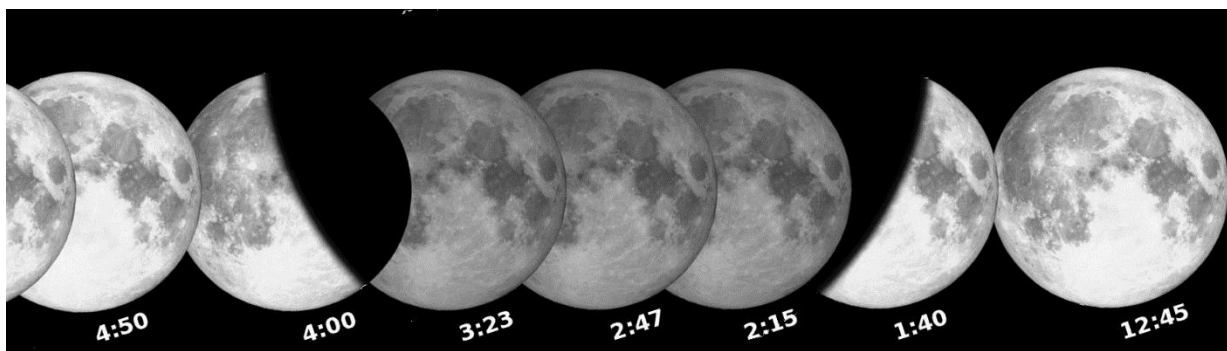
W poniższej tabeli zamieszczono efemerydy Księżyca na wrzesień 2015 roku.

Dane w każdym wierszu odnoszą się do godziny 00:00 UT.

Data	R.A. ( $\alpha$ )			Dec. ( $\delta$ )			Rozmiar kątowy	Faza	Elongacja
	h	m	s	°	'	"	( $\theta$ )"		
Wrz 01	0	36	46.02	3	6	16.8	1991.2	0.927	148.6° W
Wrz 02	1	33	51.34	7	32	26.1	1974.0	0.852	134.7° W
Wrz 03	2	30	45.03	11	25	31.1	1950.7	0.759	121.1° W
Wrz 04	3	27	28.48	14	32	4.3	1923.9	0.655	107.9° W
Wrz 05	4	23	52.28	16	43	18.2	1896.3	0.546	95.2° W
Wrz 06	5	19	37.25	17	55	4.4	1869.8	0.438	82.8° W
Wrz 07	6	14	19.23	18	7	26.6	1845.5	0.336	70.7° W
Wrz 08	7	7	35.58	17	23	55.6	1824.3	0.243	59.0° W
Wrz 09	7	59	11.04	15	50	33.0	1806.5	0.163	47.5° W
Wrz 10	8	49	0.93	13	34	55.6	1792.0	0.097	36.2° W
Wrz 11	9	37	11.42	10	45	27.7	1780.6	0.047	25.1° W
Wrz 12	10	23	57.77	7	30	47.7	1772.2	0.015	14.1° W
Wrz 13	11	9	41.86	3	59	28.8	1766.5	0.001	3.3° W
Wrz 14	11	54	49.80	0	19	50.2	1763.7	0.005	7.8° E
Wrz 15	12	39	50.01	-3	20	3.7	1763.8	0.026	18.6° E
Wrz 16	13	25	11.64	-6	52	18.8	1767.0	0.065	29.5° E
Wrz 17	14	11	23.13	-10	9	4.4	1773.8	0.120	40.4° E
Wrz 18	14	58	50.47	-13	2	24.7	1784.6	0.189	51.4° E
Wrz 19	15	47	54.94	-15	24	14.6	1799.6	0.270	62.5° E
Wrz 20	16	38	50.31	-17	6	22.8	1819.1	0.363	73.9° E
Wrz 21	17	31	40.04	-18	0	52.3	1843.0	0.463	85.6° E
Wrz 22	18	26	15.63	-18	0	41.7	1870.6	0.567	97.6° E
Wrz 23	19	22	17.51	-17	0	50.6	1900.9	0.672	110.0° E
Wrz 24	20	19	19.45	-14	59	38.0	1931.9	0.772	122.8° E
Wrz 25	21	16	55.43	-11	59	59.6	1961.1	0.861	136.2° E
Wrz 26	22	14	46.33	-8	10	18.3	1985.5	0.933	150.0° E
Wrz 27	23	12	43.63	-3	44	28.7	2002.0	0.981	164.0° E
Wrz 28	0	10	48.32	0	58	58.2	2008.3	1.000	178.3° E
Wrz 29	1	9	5.89	5	38	54.3	2003.6	0.988	167.4° W
Wrz 30	2	7	39.02	9	54	16.1	1988.4	0.947	153.2° W

Zdjęcie poniżej przedstawia złożenie kilku zdjęć Księżyca. Każde ze zdjęć składowych zostało wykonane w innej chwili podczas całkowitego zaćmienia Księżyca, które wystąpiło we wspomnianym miesiącu. Środek każdego ze zdjęć składowych pokrywał się ze środkiem cienia Ziemi.

Dla rozwiązania tego zadania przyjmij, że obserwator znajduje się w środku Ziemi.



(D2.1) We wrześniu 2015 apogeum orbity Księżyca znajduje się w pobliżu:

3

New Moon (nów) / First Quarter (I kwadra) / Full Moon (pełnia) / Third Quarter (III kwadra)

Zaznacz odpowiednią odpowiedź na karcie odpowiedzi. Nie jest wymagane żadne wyjaśnienie.

(D2.2) We wrześniu 2015 węzeł wstępujący orbity Księżyca w stosunku do ekliptyki jest w pobliżu:

4

New Moon (nów) / First Quarter (I kwadra) / Full Moon (pełnia) / Third Quarter (III kwadra)

Zaznacz odpowiednią odpowiedź na karcie odpowiedzi. Nie jest wymagane żadne wyjaśnienie.

(D2.3) Na podstawie podanych danych wyznacz mimośród orbity Księżyca  $e$ .

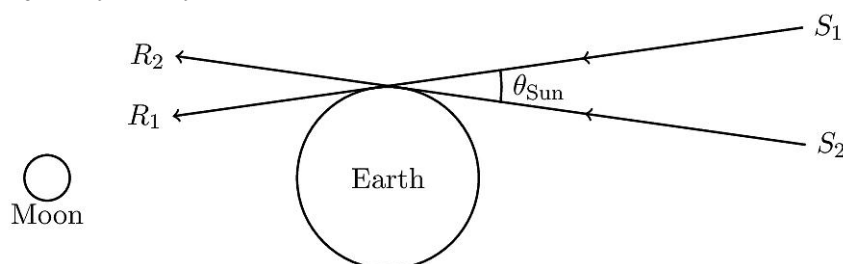
4

(D2.4) Wyznacz kątowy rozmiar cienia Ziemi  $\theta_{\text{umbra}}$ , wyrażony w kątowych rozmiarach Księżyca  $\theta_{\text{moon}}$ . Pokaż sposób uzyskania rozwiązania na rysunku na drugiej stronie karty odpowiedzi.

8

(D2.5) Na rysunku poniżej proste  $S_1R_1$  oraz  $S_2R_2$  są promieniami przychodzącymi z przeciwnych końców dysku słonecznego. Kąt ich przecięcia wynosi:  $\theta_{\text{Sun}}=1915.0''$   
Rysunek nie jest wykonany w skali.

9



Oblicz kątowy rozmiar półcienia Ziemi  $\theta_{\text{penumbra}}$  wyrażoną w  $\theta_{\text{moon}}$ .  
Załącz, że obserwator znajduje się w środku Ziemi.

(D2.6) Niech  $\theta_{\text{Earth}}$  będzie kątowym rozmiarem Ziemi widzianym z Księżyca. Oblicz kątowy rozmiar Księżyca  $\theta_{\text{moon}}$ , jaki będzie widoczny z centrum Ziemi w dniu zaćmienia, wyrażony w  $\theta_{\text{Earth}}$

5

3

(D2.7) Z uzyskanych wcześniej wyników wyznacz długość promienia Księżyca  $R_{\text{moon}}$  w km.

(D2.8) Wyznacz najmniejszą  $r_{\text{perigee}}$ , oraz największą  $r_{\text{apogee}}$ , odległość do Księżyca

4

(D2.9) Na podstawie danych z dnia 10 września, oblicz odległość Ziemi od Słońca  $d_{\text{Sun}}$ .

10

(D3) **Supernowe typu Ia**

Supernowe typu Ia są uważane za bardzo ważne obiekty służące do mierzenia odległości na skalach pozagalaktycznych. Pojaśnienie obiektu oraz następujący po nim spadek jasności nasypujące po zjawisku wybuchu supernowej układają się w charakterystyczną krzywą zmian blasku, która pomaga zidentyfikować supernowe typu Ia.

Do wszystkich krzywych zmian blasku supernowych typu Ia można dopasować tę samą modelową krzywą, wymagane jest jednak jej odpowiednie przeskalowanie. Aby uzyskać odpowiednie skalowanie musimy przede wszystkim przedstawić krzywą zmian blasku w układzie odniesienia galaktyki w której supernowa miała miejsce. Można to uzyskać poprzez uwzględnienie ściskania/rozciągania kosmologicznego wszystkich obserwowanych przedziałów czasu  $\Delta t_{obs}$ , o czynnik  $(1+z)$ . Przedział czasu w układzie spoczynkowym galaktyki z supernową jest oznaczony jako  $\Delta t_{gal}$ .

W układzie spoczynkowym krzywa zmian blasku supernowej zmienia się o dwie wielkości gwiazdowe w czasie  $\Delta t_0$  od momentu maksimum jasności. Jeśli następnie przeskalujemy interwał czasu o czynnik  $s$  ( $\Delta t_s = s \Delta t_{gal}$ ) taki, że przeskalowana wartość  $\Delta t_0$  jest taka sama dla wszystkich supernowych, krzywe zmian blasku przybiorą ten sam kształt.

Okazuje się także, iż  $s$  zależy liniowo od absolutnej wielkości gwiazdowej  $M_{peak}$  w maksimum jasności supernowej. W związku z tym możemy zapisać:

$$s = a + b M_{peak}$$

gdzie  $a$  oraz  $b$  są stałymi. Znając czynnik skali i posługując się powyższym liniowym równaniem można wyznaczyć absolutną wielkość gwiazdową supernowej znajdującej się w nieznannej odległości.

Tabela poniżej zawiera następujące dane dla trzech supernowych: moduł odległości  $\mu$  (dla pierwszych dwu), prędkość oddalania się galaktyki  $cz$ , oraz jej obserwowaną wielkość gwiazdową  $m_{obs}$  dla różnych momentów czasu.

Wielkość  $\Delta t_{obs} = t - t_{peak}$  to liczba dni od momentu maksimum jasności supernowej. Podane wielkości gwiazdowe zostały już poprawione na ekstynkcję międzygwiazdową oraz atmosferyczną.

Nazwa	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
$\mu$ (mag)	34.27	35.64	
$cz$ (km s <sup>-1</sup> )	4515	9426	12060
$\Delta t_{obs}$ (d)	$m_{obs}$ (mag)	$m_{obs}$ (mag)	$m_{obs}$ (mag)
-15.00	19.41	18.35	20.18
-10.00	17.48	17.26	18.79
-5.00	16.12	16.42	17.85
0.00	15.74	16.17	17.58
5.00	16.06	16.41	17.72
10.00	16.72	16.82	18.24
15.00	17.53	17.37	18.98
20.00	18.08	17.91	19.62
25.00	18.43	18.39	20.16
30.00	18.64	18.73	20.48

(D3.1) Oblicz wartości  $\Delta t_{gal}$  dla wszystkich trzech supernowych, a następnie wpisz je do pustych komórek tabeli danych na DRUGIEJ stronie karty odpowiedzi. Na papierze milimetrowym sporządź wykres krzywych zmian blasku wszystkich trzech supernowych w ich własnych układach spoczynkowych. (Oznacz ten wykres "D3.1")

15

(D3.2) Czynnik skalowania  $s_2$  dla supernowej SN2006IS wynosi 1.00. Oblicz czynniki skalowania  $s_1$  oraz  $s_3$  dla dwóch pozostałych supernowych odpowiednio SN2006TD oraz SN2005LZ poprzez obliczanie dla nich wartości  $\Delta t_0$ .

5

(D3.3) Oblicz różnice czasu skalowania  $\Delta t_s$  dla wszystkich trzech supernowych. Wpisz wartości  $\Delta t_s$  do tej samej tabeli co powyżej na karcie odpowiedzi. Na nowym wykresie nanieś punkty oraz narysuj 3 krzywe zmian blasku aby sprawdzić że teraz mają one taki sam profil (oznacz wykres jako „D3.3”)

14

- (D3.4) Oblicz absolutną wielkość gwiazdową w maksimum jasności  $M_{peak,1}$ , dla SN2006TD oraz  $M_{peak,2}$  dla SN2006IS. Użyj tych wartości aby obliczyć parametry  $a$  oraz  $b$ .
- (D3.5) Oblicz absolutną wielkość gwiazdową dla maksimum jasności  $M_{peak,3}$  oraz moduł odległości  $\mu_3$  dla SN2005LZ.
- (D3.6) Użyj wartości modułu odległości  $\mu_3$  aby uzyskać wartość stałej Hubble'a  $H_0$ . Ponadto wyznacz charakterystyczny wiek wszechświata  $T_H$ .

6

4

6