

(D1) Um Pulsar num binário

Através de buscas sistemáticas ao longo das últimas décadas, os astrónomos descobriram um grande número de pulsares com períodos muito curtos (períodos de rotação < 10 ms). A maioria destes pulsares pertencem a sistemas binários com órbitas praticamente circulares.

Para um pulsar em órbita num sistema binário, o período de rotação do pulsar (P) e a aceleração medida na linha de visão (a) variam ambos de forma sistemática devido ao movimento orbital. Para órbitas circulares, esta variação pode ser descrita matematicamente em função da fase orbital ϕ ($0 \leq \phi \leq 2\pi$) como

$$P(\phi) = P_0 + P_t \cos \phi \qquad \text{onde } P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

$$a(\phi) = -a_t \sin \phi \qquad \text{onde } a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

sendo que P_B é o período orbital do binário, P_0 é o período de rotação intrínseco do pulsar e r é o raio da órbita.

A tabela seguinte apresenta um conjunto de medições de P e a em instantes diferentes, T , expressos em Dias Julianos Modificados e truncados (*truncated and Modified Julian Days - tMJD*), (i.e. dias desde *Modified Julian Day = 2440000*.)

Nº	T (tMJD)	P (μ s)	a ($m s^{-2}$)
1	5740.654	7587.8889	$- 0.92 \pm 0.08$
2	5740.703	7587.8334	$- 0.24 \pm 0.08$
3	5746.100	7588.4100	$- 1.68 \pm 0.04$
4	5746.675	7588.5810	$+ 1.67 \pm 0.06$
5	5981.811	7587.8836	$+ 0.72 \pm 0.06$
6	5983.932	7587.8552	$- 0.44 \pm 0.08$
7	6005.893	7589.1029	$+ 0.52 \pm 0.08$
8	6040.857	7589.1350	$+ 0.00 \pm 0.04$
9	6335.904	7589.1358	$+ 0.00 \pm 0.02$

Ao traçar $a(\phi)$ como função de $P(\phi)$, podemos obter uma curva paramétrica. Como é evidente das expressões anteriores, esta curva no plano período-aceleração é uma elipse.

Neste problema, vamos estimar o período intrínseco de rotação, P_0 , o período orbital, P_B , e o raio orbital, r , através de uma análise deste conjunto de dados, assumindo uma órbita circular.

- (D1.1) Traça os pontos, incluindo barras de erro, no plano período-aceleração (legenda o teu gráfico como “D1.1”).
7
- (D1.2) Desenha uma elipse que se aproxime do melhor ajuste aos pontos traçados (no mesmo gráfico “D1.1”).
2
- (D1.3) A partir do gráfico, estima P_0 , P_t e a_t , incluindo margens de erro.
7
- (D1.4) Obtem as expressões para P_B e r em função de P_0 , P_t , a_t .
4
- (D1.5) Calcula valores aproximados de P_B e r , baseados nas estimativas feitas em (D1.3), incluindo margens de erro.
6
- (D1.6) Calcula as fases orbitais, ϕ , correspondentes aos instantes das seguintes cinco observações, retiradas da tabela anterior: Nº 1, 4, 6, 8, 9.
4
- (D1.7) Refina a estimativa do período orbital, P_B , usando os resultados da pergunta (D1.6) da seguinte forma:

(D1.7.a) Primeiro determina o instante inicial, T_0 , correspondente ao de fase zero, antes da primeira observação, mais próximo desta. 2

(D1.7.b) O instante esperado, T_{calc} , da fase estimada para cada observação é dado por 7

$$T_{calc} = T_0 + \left(n + \frac{\phi}{360^\circ} \right) P_B,$$

onde n é o número de ciclos completos de fases orbitais que terão ocorrido entre T_0 e T (ou T_{calc}). Estima n e T_{calc} para cada uma das cinco observações da pergunta (D1.6). Regista a diferença T_{O-C} entre T observado e T_{calc} . Apresenta estes valores na tabela que aparece na Folha de Respostas.

(D1.7.c) Traça T_{O-C} versus n (legenda o teu gráfico como “D1.7”). 4

(D1.7.d) Determina os valores reajustados do instante inicial, $T_{0,r}$, e do período orbital, $P_{B,r}$. 7

(D2) Distância à Lua

As efemérides geocêntricas da Lua para Setembro de 2015 estão tabeladas de seguida. Cada registo foi feito às 00:00 UT.

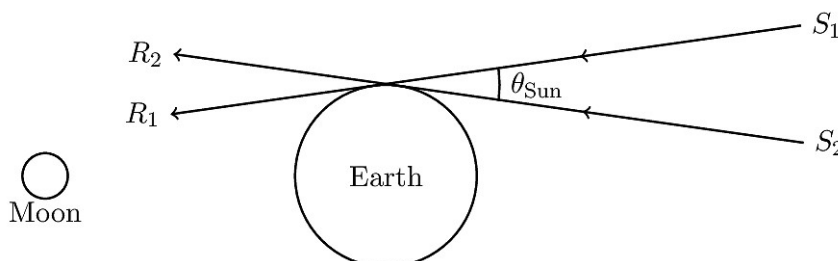
Data	R.A. (α)			Dec. (δ)			Tamanho Angular (θ)	Fase (ϕ)	Elongação Da Lua
	h	m	s	°	'	"			
Sep 01	0	36	46.02	3	6	16.8	1991.2	0.927	148.6° W
Sep 02	1	33	51.34	7	32	26.1	1974.0	0.852	134.7° W
Sep 03	2	30	45.03	11	25	31.1	1950.7	0.759	121.1° W
Sep 04	3	27	28.48	14	32	4.3	1923.9	0.655	107.9° W
Sep 05	4	23	52.28	16	43	18.2	1896.3	0.546	95.2° W
Sep 06	5	19	37.25	17	55	4.4	1869.8	0.438	82.8° W
Sep 07	6	14	19.23	18	7	26.6	1845.5	0.336	70.7° W
Sep 08	7	7	35.58	17	23	55.6	1824.3	0.243	59.0° W
Sep 09	7	59	11.04	15	50	33.0	1806.5	0.163	47.5° W
Sep 10	8	49	0.93	13	34	55.6	1792.0	0.097	36.2° W
Sep 11	9	37	11.42	10	45	27.7	1780.6	0.047	25.1° W
Sep 12	10	23	57.77	7	30	47.7	1772.2	0.015	14.1° W
Sep 13	11	9	41.86	3	59	28.8	1766.5	0.001	3.3° W
Sep 14	11	54	49.80	0	19	50.2	1763.7	0.005	7.8° E
Sep 15	12	39	50.01	-3	20	3.7	1763.8	0.026	18.6° E
Sep 16	13	25	11.64	-6	52	18.8	1767.0	0.065	29.5° E
Sep 17	14	11	23.13	-10	9	4.4	1773.8	0.120	40.4° E
Sep 18	14	58	50.47	-13	2	24.7	1784.6	0.189	51.4° E
Sep 19	15	47	54.94	-15	24	14.6	1799.6	0.270	62.5° E
Sep 20	16	38	50.31	-17	6	22.8	1819.1	0.363	73.9° E
Sep 21	17	31	40.04	-18	0	52.3	1843.0	0.463	85.6° E
Sep 22	18	26	15.63	-18	0	41.7	1870.6	0.567	97.6° E
Sep 23	19	22	17.51	-17	0	50.6	1900.9	0.672	110.0° E
Sep 24	20	19	19.45	-14	59	38.0	1931.9	0.772	122.8° E
Sep 25	21	16	55.43	-11	59	59.6	1961.1	0.861	136.2° E
Sep 26	22	14	46.33	-8	10	18.3	1985.5	0.933	150.0° E
Sep 27	23	12	43.63	-3	44	28.7	2002.0	0.981	164.0° E
Sep 28	0	10	48.32	0	58	58.2	2008.3	1.000	178.3° E
Sep 29	1	9	5.89	5	38	54.3	2003.6	0.988	167.4° W
Sep 30	2	7	39.02	9	54	16.1	1988.4	0.947	153.2° W

A montagem que aparece abaixo mostra várias imagens da Lua tiradas a altura diferentes durante um eclipse lunar total, que ocorreu nesse mês de Setembro. Para cada imagem, o centro do enquadramento coincidiu com a linha norte-sul central da umbra.

Para este problema, assume que o observador está no centro da Terra e que o tamanho angular corresponde ao diâmetro angular do objecto/sombra.



- (D2.1) Em Setembro de 2015, o apogeu da órbita lunar está mais próximo de: 3
 Lua Nova (*New Moon*)/ Quarto Crescente (*First Quarter*)/ Lua Cheia (*Full Moon*)/ Quarto Minguante (*Third Quarter*)
 Faz um visto na resposta correcta na Folha de Respostas. Não é necessária nenhuma justificação.
- (D2.2) Em Setembro de 2015, o nodo ascendente da órbita lunar com respeito à eclíptica está mais próximo de: 4
 Lua Nova (*New Moon*)/ Quarto Crescente (*First Quarter*)/ Lua Cheia (*Full Moon*)/ Quarto Minguante (*Third Quarter*)
 Faz um visto na resposta correcta na Folha de Respostas. Não é necessária nenhuma justificação.
- (D2.3) Estima a excentricidade, e , da órbita lunar a partir dos dados. 4
- (D2.4) Estima o tamanho angular da umbra, θ_{umbra} , em função do tamanho angular da Lua, θ_{Moon} . Mostra a tua resolução na imagem dada no verso da Folha de Respostas. 8
- (D2.5) O ângulo subtendido pelo Sol visto na Terra, no dia do eclipse lunar foi $\theta_{Sun} = 1915.0''$ 9
 Na figura que se segue, S_1R_1 e S_2R_2 são raios de luz provenientes de extremidades opostas do disco solar. A figura não está à escala.



- Calcula o tamanho angular da penumbra, $\theta_{penumbra}$, em função de θ_{Moon} . Assume que o observador está no centro da Terra.
- (D2.6) Seja θ_{Earth} o tamanho angular da Terra visto a partir do centro da Lua. Calcula o tamanho angular da Lua, θ_{Moon} , tal como seria visto a partir do centro da Terra no dia do eclipse em função de θ_{Earth} . 5
- (D2.7) Estima o raio da Lua, R_{Moon} , em km , a partir dos resultados anteriores. 3

(D2.8) Estima a distância de maior aproximação, $r_{perigee}$, e de maior afastamento, r_{apogee} , da Lua. 4

(D2.9) Usa os dados apropriados do dia 10 de Setembro para estimar a distância, d_{Sun} , entre o Sol e a Terra. 10

(D3) Supernovas do tipo Ia

As supernovas do tipo Ia são muito importantes para medições de grandes distâncias extragalácticas. O aumento e subsequente diminuição do brilho nestas explosões seguem uma curva de luz característica, a qual ajuda a identificar estes objectos como supernovas do tipo Ia.

As curvas de luz de todos os tipos de supernova Ia podem ser ajustadas ao mesmo modelo de curva de luz, quando elas são escaladas de forma apropriada. Para tal, temos primeiro de expressar as curvas de luz no referencial da galáxia-mãe, tendo em conta a dilatação cosmológica de todos os intervalos de tempo observados, Δt_{obs} , por um factor de $(1+z)$. O intervalo de tempo no referencial em repouso relativamente à galáxia-mãe é designado por Δt_{gal} .

A curva de luz da supernova num referencial em repouso decai 2 magnitudes (comparando com a magnitude do máximo de brilho) num intervalo de tempo Δt_0 após um máximo de brilho. Se escalarmos os intervalos de tempo por um factor s (i.e. $\Delta t_s = s \Delta t_{gal}$) de tal forma que o valor escalado de Δt_0 é o mesmo para todas as supernovas, as curvas de luz ficam com a mesma forma. Também se verifica que s está relacionado linearmente com a magnitude absoluta, M_{peak} , no pico da luminosidade da supernova. Isto é, podemos escrever

$$s = a + b M_{peak},$$

onde a e b são constantes. Sabendo o factor de escala, podemos determinar magnitudes absolutas das supernovas a distâncias desconhecidas pela equação linear anterior.

A tabela que se segue contem os dados de três supernovas, incluindo os seus módulos da distância, μ (para as primeiras duas), a sua velocidade de recessão, cz , e as suas magnitudes aparentes, m_{obs} , em alturas diferentes. O intervalo de tempo $\Delta t_{obs} \equiv t - t_{peak}$ mostra o número de dias desde a data em que a respectiva supernova atingiu o pico de brilho. As magnitudes observadas já foram corrigidas da extinção interestelar e atmosférica.

Nome	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
μ (mag)	34.27	35.64	
cz (km s ⁻¹)	4515	9426	12060
Δt_{obs} (dias)	m_{obs} (mag)	m_{obs} (mag)	m_{obs} (mag)
-15.00	19.41	18.35	20.18
-10.00	17.48	17.26	18.79
-5.00	16.12	16.42	17.85
0.00	15.74	16.17	17.58
5.00	16.06	16.41	17.72
10.00	16.72	16.82	18.24
15.00	17.53	17.37	18.98
20.00	18.08	17.91	19.62
25.00	18.43	18.39	20.16
30.00	18.64	18.73	20.48

(D3.1) Calcula os valores de Δt_{gal} para as 3 supernovas, e preenche as caixas em branco nas tabelas de dados no VERSO da Folha de Respostas. Numa folha de gráfico, traça os pontos e esboça as 3 curvas de luz no referencial em repouso (legenda o teu gráfico como “D3.1”). 15

(D3.2) Assume que o factor de escala, s_2 , para a supernova SN 2006 IS é 1.00. Calcula os factores de escala, s_1 e s_3 , para as outras duas supernovas SN 2006 TD e SN 2005 LZ, respectivamente, calculando Δt_0 para elas. 5

- (D3.3) Calcula as diferenças de tempo escaladas, Δt_s , para as 3 supernovas. Escreve os valores para Δt_s nas mesmas tabelas de dados na Folha de Respostas. Numa outra folha de gráfico, traça os pontos e esboça as 3 curvas de luz para verificar que elas têm agora um perfil idêntico (legenda o teu gráfico como “D3.3”). 14
- (D3.4) Calcula as magnitudes absolutas no pico de brilho, $M_{peak,1}$, para *SN 2006 TD* e $M_{peak,2}$, para *SN 2006 IS*. Usa esses valores para calcular a e b . 6
- (D3.5) Calcula a magnitude absoluta no pico do brilho, $M_{peak,3}$, e o módulo da distância, μ_3 , para *SN 2005 LZ*. 4
- (D3.6) Usa o módulo da distância μ_3 para estimar o valor da constante de Hubble, H_0 . Estima ainda a idade característica do universo, T_H . 6