

**(D1) Binary Pulsar**

Prin cercetări sistematice efectuate în ultimii zece ani, astronomii au găsit un număr mare de pulsari cu perioada de ordinul milisecundelor (perioada de spin  $< 10$  ms). Majoritatea acestor pulsari sunt găsiți sub formă de sisteme binare, cu orbite circulare.

Pentru un pulsar în sistem binar, valorile măsurate ale perioadei de spin (rotație în jurul propriei axe) ( $P$ ) și ale accelerației de-a lungul liniei de observație ( $a$ ) variază sistematic datorită mișcării orbitale. Pentru orbita circulară, această variație poate fi descrisă matematic în funcție de faza orbitală  $\phi$  ( $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ):

$$P(\phi) = P_0 + P_t \cos\phi \quad \text{where } P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

$$a(\phi) = -a_t \sin\phi \quad \text{where } a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

unde  $P_B$  este perioada orbitală a sistemului binar,  $P_0$  este perioada reală de spin a pulsarului și  $r$  este raza orbitei.

În tabelul de mai jos sunt date valorile măsurate pentru  $P$  și  $a$  la diferite epoci heliocentrice  $T$  exprimată în zile Iuliane trunchiate, truncated Modified Julian Days (tMJD), adică numărul de zile de la MJD=2.440.000.

Sr. No.	T (tMJD)	P ( $\mu$ s)	a ( $m s^{-2}$ )
1	5740.654	7587.8889	- 0.92 $\pm$ 0.08
2	5740.703	7587.8334	- 0.24 $\pm$ 0.08
3	5746.100	7588.4100	- 1.68 $\pm$ 0.04
4	5746.675	7588.5810	+ 1.67 $\pm$ 0.06
5	5981.811	7587.8836	+ 0.72 $\pm$ 0.06
6	5983.932	7587.8552	- 0.44 $\pm$ 0.08
7	6005.893	7589.1029	+ 0.52 $\pm$ 0.08
8	6040.857	7589.1350	+ 0.00 $\pm$ 0.04
9	6335.904	7589.1358	+ 0.00 $\pm$ 0.02

Reprezentând grafic  $a(\phi)$  în funcție de  $P(\phi)$ , obținem o curbă parametrică. Din relațiile de mai sus este evident că această curbă este o elipsă în planul perioadă – accelerație.

În această problemă, estimăm perioada de spin,  $P_0$ , perioada orbitală,  $P_B$ , și raza orbitei,  $r$ , printr-o simplă analiză a acestui set de date, presupunând o orbită circulară.

- (D1.1) Reprezintă, incluzând barele de eroare, datele în planul perioadă – accelerație (notează graficul cu "D1.1") 7
- (D1.2) Desenează elipsa care trece cel mai bine prin aceste puncte (pe același grafic "D1.1") 2
- (D1.3) Din grafic estimează  $P_0$ ,  $P_t$  și  $a_t$ , inclusiv intervalul de erori pentru fiecare mărime determinată. 7
- (D1.4) Scrie expresiile pentru  $P_B$  și  $r$  în funcție de  $P_0$ ,  $P_t$ ,  $a_t$ . 4
- (D1.5) Calculează valorile aproximative pentru  $P_B$ , și  $r$  folosind estimările făcute în (D1.3), incluzând intervalul de erori. 6
- (D1.6) Calculează faza orbitală,  $\phi$ , corespunzătoare epocilor următoarelor cinci observații din tabelul de mai sus: liniile de date 1, 4, 6, 8, 9. 4
- (D1.7) Rafinează estimările perioadei orbitale,  $P_B$ , folosind rezultatele din (D1.6) în modul următor:
  - (D1.7a) Determină epoca inițială,  $T_0$ , care corespunde epocii celei mai apropiate de faza orbitală zero înainte de prima observație. 2
  - (D1.7b) Timpul așteptat,  $T_{calc}$ , al fazei orbitale estimate pentru fiecare observație este dată de, 7

$$T_{\text{calc}} = T_0 + \left(n + \frac{\phi}{360^\circ}\right) P_B,$$

unde  $n$  este numărul întreg de cicluri complete ale fazei orbitale ce au avut loc între  $T_0$  și  $T$  (sau  $T_{\text{calc}}$ ). Estimează  $n$  și  $T_{\text{calc}}$  pentru fiecare din cele cinci observații menționate în (D1.6). Calculează  $T_{O-C}$  ca diferența dintre valorile observate  $T$  și  $T_{\text{calc}}$ . Introdu rezultatul acestor calcule în tabelul dat în foaia de răspuns (Summary Answersheet).

(D1.7c) Trasează graficul  $T_{O-C}$  în funcție de  $n$  (notează graficul cu "D1.7")

4

(D1.7d) Determină valorile rafinate ale epocii inițiale,  $T_{0,r}$ , și ale perioadei orbitale,  $P_{B,r}$ .

7

### (D2) Distanța până la Lună

Efemeridele geocentrice ale Lunii pentru luna septembrie 2015 sunt date sub forma unui tabel. Fiecare măsurătoare a fost făcută la 00:00 UT.

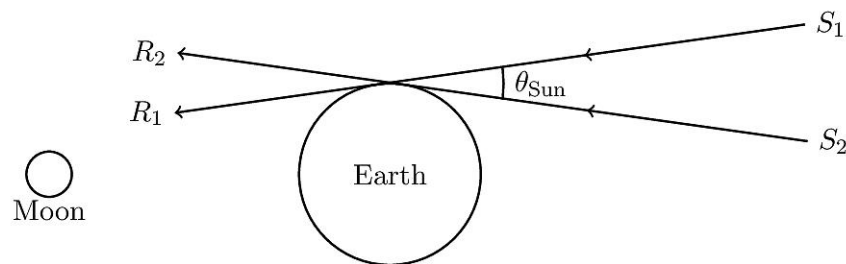
Date	R.A. ( $\alpha$ )			Dec. ( $\delta$ )			Angular Size ( $\theta$ )"	Phase	Elongation Of Moon
	h	m	s	°	'	"			
Sep 01	0	36	46.02	3	6	16.8	1991.2	0.927	148.6° W
Sep 02	1	33	51.34	7	32	26.1	1974.0	0.852	134.7° W
Sep 03	2	30	45.03	11	25	31.1	1950.7	0.759	121.1° W
Sep 04	3	27	28.48	14	32	4.3	1923.9	0.655	107.9° W
Sep 05	4	23	52.28	16	43	18.2	1896.3	0.546	95.2° W
Sep 06	5	19	37.25	17	55	4.4	1869.8	0.438	82.8° W
Sep 07	6	14	19.23	18	7	26.6	1845.5	0.336	70.7° W
Sep 08	7	7	35.58	17	23	55.6	1824.3	0.243	59.0° W
Sep 09	7	59	11.04	15	50	33.0	1806.5	0.163	47.5° W
Sep 10	8	49	0.93	13	34	55.6	1792.0	0.097	36.2° W
Sep 11	9	37	11.42	10	45	27.7	1780.6	0.047	25.1° W
Sep 12	10	23	57.77	7	30	47.7	1772.2	0.015	14.1° W
Sep 13	11	9	41.86	3	59	28.8	1766.5	0.001	3.3° W
Sep 14	11	54	49.80	0	19	50.2	1763.7	0.005	7.8° E
Sep 15	12	39	50.01	-3	20	3.7	1763.8	0.026	18.6° E
Sep 16	13	25	11.64	-6	52	18.8	1767.0	0.065	29.5° E
Sep 17	14	11	23.13	-10	9	4.4	1773.8	0.120	40.4° E
Sep 18	14	58	50.47	-13	2	24.7	1784.6	0.189	51.4° E
Sep 19	15	47	54.94	-15	24	14.6	1799.6	0.270	62.5° E
Sep 20	16	38	50.31	-17	6	22.8	1819.1	0.363	73.9° E
Sep 21	17	31	40.04	-18	0	52.3	1843.0	0.463	85.6° E
Sep 22	18	26	15.63	-18	0	41.7	1870.6	0.567	97.6° E
Sep 23	19	22	17.51	-17	0	50.6	1900.9	0.672	110.0° E
Sep 24	20	19	19.45	-14	59	38.0	1931.9	0.772	122.8° E
Sep 25	21	16	55.43	-11	59	59.6	1961.1	0.861	136.2° E
Sep 26	22	14	46.33	-8	10	18.3	1985.5	0.933	150.0° E
Sep 27	23	12	43.63	-3	44	28.7	2002.0	0.981	164.0° E
Sep 28	0	10	48.32	0	58	58.2	2008.3	1.000	178.3° E
Sep 29	1	9	5.89	5	38	54.3	2003.6	0.988	167.4° W
Sep 30	2	7	39.02	9	54	16.1	1988.4	0.947	153.2° W

Figura compozită de mai jos prezintă mai multe instantanee ale Lunii luate la momente diferite în timpul eclipsei totale, care a avut loc în această lună. Pentru fiecare fotografie, centrul imaginii a coincis cu linie centrală nord-sud a umbrei.

Pentru această problemă, presupunem că observatorul se află în centrul Pământului iar dimensiunea unghiulară se referă la diametrul unghiular al obiectului/umbrei.



- (D2.1) În septembrie 2015, apogeul orbitei lunare este cel mai apropiat de: Lună Nouă / Primul Pătrar / Lună Plină / al Doilea Pătrar. Bifați răspunsul corect în Summary Answersheet. Nu este necesară nici o justificare pentru răspuns. 3
- (D2.2) În septembrie 2015, nodul ascendent al orbitei lunare în raport cu ecliptica este cel mai apropiat de: Lună Nouă / Primul Pătrar / Lună Plină / al Doilea Pătrar. Bifați răspunsul corect în Summary Answersheet. Nu este necesară nici o justificare pentru răspuns. 4
- (D2.3) Estimați excentricitatea,  $e$ , a orbitei lunare din datele disponibile. 4
- (D2.4) Estimați dimensiunea unghiulară a umbrei,  $\theta_{\text{umbra}}$ , în funcție de dimensiunea unghiulară a Lunii,  $\theta_{\text{Moon}}$ . Reprezentați acest lucru pe imaginea dată pe partea din spate a foii de răspuns (Summary Answersheet). 8
- (D2.5) Unghiul subîntins de Soare și Pământ în ziua de eclipsă este cunoscut și este cunoscut ca fiind  $\theta_{\text{Sun}} = 1915.0''$ . În figura de mai jos, razele,  $S_1R_1$  și  $S_2R_2$  provin de la capetele diametral opuse ale discului solar. Figura nu este la scară. 9



- Calculați dimensiunea unghiulară a penumbrei,  $\theta_{\text{penumbra}}$ , în funcție de dimensiunea unghiulară a Lunii,  $\theta_{\text{Moon}}$ . Presupunem că observatorul se află în centrul Pământului.
- (D2.6) Fie dimensiunea unghiulară  $\theta_{\text{Earth}}$  a Pământului, așa cum se vede din centrul Lunii. Calculează dimensiunea unghiulară a Lunii,  $\theta_{\text{Moon}}$ , așa cum s-ar fi văzut din centrul Pământului în ziua eclipsei în funcție de  $\theta_{\text{Earth}}$ . 5
- (D2.7) Estimează raza Lunii,  $R_{\text{Moon}}$ , în km, folosind rezultatele anterior obținute. 3
- (D2.8) Estimați distanța cea mai scurtă,  $r_{\text{perigee}}$ , și cea mai mare distanță,  $r_{\text{apogee}}$ , pentru Lună. 4
- (D2.9) Utilizați datele apropiate de 10 septembrie pentru a estima distanța,  $d_{\text{Sun}}$ , de la Soare la Pământ. 10

### (D3) Type IA Supernovae (Supernove de tip IA)

Supernovele de tip Ia sunt considerate foarte importante pentru măsurători ale distanțelor extragalactice mari. Strălucirea și diminuarea ulterioară a acestei explozii urmează o curbă de lumină caracteristică, care ne ajută să le identificăm pe acestea ca supernove de tip Ia.

Curbele de lumină pentru toate supernovele de tip Ia pot fi trasate după același model al curbelor de lumină, când acestea sunt apropiat scalate. Pentru a realiza aceasta, pentru început obținem curbele de

lumină în sistemul de referință al galaxiei gazdă ținând cont de dilatarea cosmologică a tuturor intervalelor de timp observate  $\Delta t_{\text{obs}}$ , cu un factor de  $(1 + z)$ . Intervalul de timp în sistemul de referință al galaxiei gazdă este notat cu  $\Delta t_{\text{gal}}$ .

În sistemul de referință propriu curba de lumină a supernovei se modifică cu două magnitudini în comparație cu maximum într-un interval de timp  $\Delta t_0$  după vârf. Dacă mai departe intervalul de timp este scalat cu un factor mic  $s$  (i.e.  $\Delta t_s = s\Delta t$ ) așa încât valoarea scalată a lui  $\Delta t_0$  este aceeași pentru toate supernovele, curbele par să aibă aceeași formă. De asemenea pare că  $s$  depinde liniar de magnitudinea absolută  $M_{\text{peak}}$ , la luminozitate maximă pentru supernovă. Acesta poate fi scris

$$s = a + bM_{\text{peak}},$$

unde  $a$  și  $b$  sunt constante. Cunoscând factorul de scalare, putem determina magnitudinile absolute ale supernovei la distanțe necunoscute, din ecuația liniară de mai sus.

Tabelul de mai jos conține date pentru trei supernove, inclusiv modulul de distanță,  $\mu$  (pentru primele două), vitezele de recesiune,  $cz$ , magnitudinile aparente,  $m_{\text{obs}}$ , la diferite momente de timp. Intervalul de timp  $\Delta t_{\text{obs}} \equiv t - t_{\text{peak}}$  ne dă numărul de zile de la data la care supernova respectivă a avut strălucirea maximă. Magnitudinea observată a fost corectată pentru extincția interstelară, respectiv atmosferică.

Name	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
$\mu$ (mag)	34.27	35.64	
$cz$ ( $\text{km s}^{-1}$ )	4515	9426	12060
$\Delta t_{\text{obs}}$ (d)	$m_{\text{obs}}$ (mag)	$m_{\text{obs}}$ (mag)	$m_{\text{obs}}$ (mag)
-15.00	19.41	18.35	20.18
-10.00	17.48	17.26	18.79
-5.00	16.12	16.42	17.85
0.00	15.74	16.17	17.58
5.00	16.06	16.41	17.72
10.00	16.72	16.82	18.24
15.00	17.53	17.37	18.98
20.00	18.08	17.91	19.62
25.00	18.43	18.39	20.16
30.00	18.64	18.73	20.48

- (D3.1) Calculează  $\Delta t_{\text{gal}}$ , pentru toate cele trei supernove, completează celule corespunzătoare din tabelul de date de pe partea din spate a foii de răspuns (Summary Answersheet). Pe hârtie milimetrică, figurează punctele și trasează cele trei curbe de lumină în sistemul de referință propriu (notează graficul cu "D3.1"). 15
- (D3.2) Consideră factorul de scalare,  $s_2$ , pentru supernova SN2006IS fiind 1,00. Calculează factorii de scalare,  $s_1$  și  $s_3$ , pentru alte două supernove SN2006TD și SN2005LZ, folosind  $\Delta t_0$  măsurat pentru fiecare din supernove. 5
- (D3.3) Calculează diferențele de timp scalate,  $\Delta t_s$ , pentru toate cele trei supernove. Scrie valorile pentru  $\Delta t_s$  în același tabel de date de pe foaia de răspuns (Summary Answersheet). Pe o altă hârtie milimetrică, figurează punctele și trasează cele trei curbe de lumină pentru a verifica dacă ele au acum profile identice (notează graficul cu "D3.3"). 14
- (D3.4) Calculează magnitudinea absolută a vârfului strălucitor,  $M_{\text{peak},1}$ , pentru SN2006TD și  $M_{\text{peak},2}$ , pentru SN2006IS. Folosind aceste valori calculează  $a$  și  $b$ . 6
- (D3.5) Calculează magnitudinea absolută a vârfului strălucitor  $M_{\text{peak},3}$ , și modulul de distanță,  $\mu_3$ , pentru SN2005LZ. 4
- (D3.6) Folosind modulul de distanță  $\mu_3$  estimează valoarea constantei Hubble,  $H_0$ . Estimează vârsta caracteristică a universului,  $T_H$ . 6