

(D1) **Dvojni pulsar**

Tokom poslednjih decenija, astronomi su sistematskim pretragama našli veliki broj milisekundnih pulsara (period rotacije < 10 ms). Većina ovih pulsara nađena je u dvojnim sistemima približno kružnih orbita.

Za pulsar u dvojnog sistema, mereni period rotacije (P) i mereno radijalno ubrzanje (a) sistematski variraju zbog orbitalnog kretanja. Za kružne orbite, ova varijacija se može matematički opisati preko orbitalne faze ϕ ($0 \leq \phi \leq 2\pi$) kao,

$$P(\phi) = P_0 + P_t \cos\phi \quad \text{gde je } P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

$$a(\phi) = -a_t \sin\phi \quad \text{gde je } a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

gde je P_B orbitalni period dvojnog sistema, P_0 period rotacije pulsara, a r je poluprečnik orbite.

Sledeća tabela daje rezultate jednog posmatranja: P i a u različitim heliocentričnim epohama, T , izraženo u skraćenim modifikovanim julijanskim danima (tMJD), t.j, danima proteklim od MJD=2440000.

Redni broj	T (tMJD)	P (μ s)	a ($m s^{-2}$)
1	5740,654	7587,8889	- 0,92 \pm 0,08
2	5740,703	7587,8334	- 0,24 \pm 0,08
3	5746,100	7588,4100	- 1,68 \pm 0,04
4	5746,675	7588,5810	+ 1,67 \pm 0,06
5	5981,811	7587,8836	+ 0,72 \pm 0,06
6	5983,932	7587,8552	- 0,44 \pm 0,08
7	6005,893	7589,1029	+ 0,52 \pm 0,08
8	6040,857	7589,1350	+ 0,00 \pm 0,04
9	6335,904	7589,1358	+ 0,00 \pm 0,02

Skiciranjem grafika $a(\phi)$ u zavisnosti od $P(\phi)$, možemo da dobijemo parametarsku krivu. Kao što se vidi iz gore datih relacija, ova kriva u ravni period-ubrzanje je elipsa.

U ovom zadatku procenjujemo period rotacije, P_0 , orbitalni period (period revolucije), P_B , i poluprečnik orbite, r , jednostavnom analizom podataka iz tabele, pretpostavljajući kružnu orbitu.

- (D1.1) Predstavi podatke sa greškama merenja u ravni period-ubrzanje (označi grafik kao "D1.1"). 7
- (D1.2) Nacrtaj elipsu koja najbolje fituje prethodno predstavljene podatke (na istom grafiku "D1.1"). 2
- (D1.3) Sa grafika odredi vrednosti P_0 , P_t i a_t , uz procenu grešaka merenja ovih veličina, respektivno. 7
- (D1.4) Napiši izraze za P_B i r preko P_0 , P_t , a_t . 4
- (D1.5) Izračunaj približnu vrednost P_B i r na osnovu procena iz dela D1.3, uključujući greške. 6
- (D1.6) Izračunaj orbitalnu fazu, ϕ , koja odgovara epohama sledećih pet posmatranja iz tabele: redovi u tabeli su 1, 4, 6, 8, 9. 4
- (D1.7) Poboljšaj procenu orbitalnog perioda, P_B , koristeći rezultate iz dela (D1.6) na sledeći način:
- (D1.7a) Prvo odredi inicijalnu epohu, T_0 , koja odgovara epohi najbližoj nultoj orbitalnoj fazi (faznom uglu) pred prvo posmatranje. 2
- (D1.7b) Očekivano vreme, T_{calc} , procenjene orbitalne faze svakog posmatranja je dato sa, 7

$$T_{calc} = T_0 + \left(n + \frac{\phi}{360^\circ}\right) P_B,$$

gde je n broj punih ciklusa orbitalnih faza koje su protekle između T_0 i T (ili T_{calc}). Proceni n i T_{calc} za svaki od pet posmatranja iz dela (D1.6). Nađi razliku T_{O-C} između posmatranih T i T_{calc} . Unesi proračune u tabelu datu na Listu za odgovore.

(D1.7c) Nacrtaj grafik zavisnosti T_{O-C} od n (označi ga sa "D1.7").

4

(D1.7d) Odredi poboljšane vrednosti inicijalne epohe, $T_{0,r}$, i orbitalnog perioda, $P_{B,r}$.

7

(D2) Rastojanje do Meseca

Geocentrične efemeride Meseca za Septembar 2015. su date u tabeli ispod. Sva merenja su vršena u 00:00 UT.

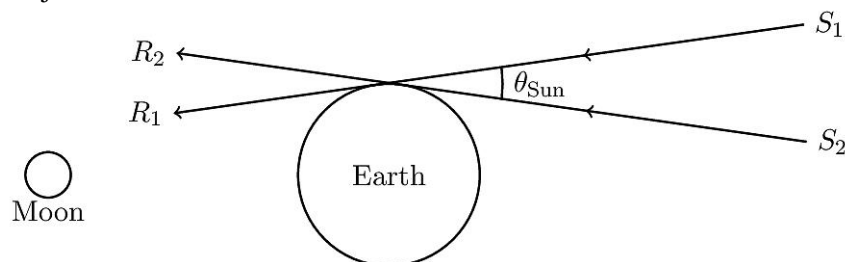
Datum	R.A. (α)			Dec. (δ)			Ugaoni prečnik (θ)	Faza (ϕ)	Elongacija Meseca
	h	m	s	°	'	"			
Sep 01	0	36	46,02	3	6	16,8	1991,2	0,927	148,6° W
Sep 02	1	33	51,34	7	32	26,1	1974,0	0,852	134,7° W
Sep 03	2	30	45,03	11	25	31,1	1950,7	0,759	121,1° W
Sep 04	3	27	28,48	14	32	4,3	1923,9	0,655	107,9° W
Sep 05	4	23	52,28	16	43	18,2	1896,3	0,546	95,2° W
Sep 06	5	19	37,25	17	55	4,4	1869,8	0,438	82,8° W
Sep 07	6	14	19,23	18	7	26,6	1845,5	0,336	70,7° W
Sep 08	7	7	35,58	17	23	55,6	1824,3	0,243	59,0° W
Sep 09	7	59	11,04	15	50	33,0	1806,5	0,163	47,5° W
Sep 10	8	49	0,93	13	34	55,6	1792,0	0,097	36,2° W
Sep 11	9	37	11,42	10	45	27,7	1780,6	0,047	25,1° W
Sep 12	10	23	57,77	7	30	47,7	1772,2	0,015	14,1° W
Sep 13	11	9	41,86	3	59	28,8	1766,5	0,001	3,3° W
Sep 14	11	54	49,80	0	19	50,2	1763,7	0,005	7,8° E
Sep 15	12	39	50,01	-3	20	3,7	1763,8	0,026	18,6° E
Sep 16	13	25	11,64	-6	52	18,8	1767,0	0,065	29,5° E
Sep 17	14	11	23,13	-10	9	4,4	1773,8	0,120	40,4° E
Sep 18	14	58	50,47	-13	2	24,7	1784,6	0,189	51,4° E
Sep 19	15	47	54,94	-15	24	14,6	1799,6	0,270	62,5° E
Sep 20	16	38	50,31	-17	6	22,8	1819,1	0,363	73,9° E
Sep 21	17	31	40,04	-18	0	52,3	1843,0	0,463	85,6° E
Sep 22	18	26	15,63	-18	0	41,7	1870,6	0,567	97,6° E
Sep 23	19	22	17,51	-17	0	50,6	1900,9	0,672	110,0° E
Sep 24	20	19	19,45	-14	59	38,0	1931,9	0,772	122,8° E
Sep 25	21	16	55,43	-11	59	59,6	1961,1	0,861	136,2° E
Sep 26	22	14	46,33	-8	10	18,3	1985,5	0,933	150,0° E
Sep 27	23	12	43,63	-3	44	28,7	2002,0	0,981	164,0° E
Sep 28	0	10	48,32	0	58	58,2	2008,3	1,000	178,3° E
Sep 29	1	9	5,89	5	38	54,3	2003,6	0,988	167,4° W
Sep 30	2	7	39,02	9	54	16,1	1988,4	0,947	153,2° W

Na slici ispod prikazan je mozaik fotografija Meseca snimljenih u različitim trenucima tokom potpunog pomračenja Meseca koje se dogodilo datog meseca. Tokom snimanja, kamera je centrirana na Zemljinu senku i prati je, sukcesivno slikajući Mesec i praveći kompozitnu fotografiju Meseca (slika). U ovom zadatku smatrati da je posmatrač smešten u centru Zemlje.



Preuzeto: NASA's Scientific Visualization Studio

- (D2.1) U septembru 2015. apogej Mesečeve orbite je najbliži: 3
mladom mesecu / prvoj četvrti / punom mesecu / poslednjoj četvrti.
Štikliraj tačan odgovor na Listu za odgovore. Obrazloženja odgovora nisu potrebna.
- (D2.2) U septembru 2015, uzlazni čvor Mesečeve orbite u odnosu na ekliptiku najbliži je: 4
mladom mesecu / prvoj četvrti / punom mesecu / poslednjoj četvrti.
Štikliraj tačan odgovor na Listu za odgovore. Obrazloženja odgovora nisu potrebna.
- (D2.3) Proceni ekscentričnost, e , Mesečeve orbite iz priloženih podataka. 4
- (D2.4) Proceni ugaoni prečnik senke, θ_{umbra} , u jedinicama ugaonog prečnika Meseca, θ_{Moon} .
Prikaži svoj postupak na slici datoj na zadnjoj strani Lista za odgovore. 8
- (D2.5) Ugao pod kojim se Sunce vidi sa Zemlje na dan pomračenja Meseca iznosi $\theta_{Sun} = 1915.0''$.
Na slici ispod, S_1R_1 i S_2R_2 su zraci koji dolaze sa dijametralno suprotnih krajeva Sunčevog diska. Slika nije u razmeri. 9



Izračunaj ugaoni prečnik polusenke, $\theta_{penumbra}$, u jedinicama θ_{Moon} . Smatraj da je posmatrač u centru Zemlje.

- (D2.6) Neka je θ_{Earth} ugaoni prečnik Zemlje posmatrano iz centra Meseca. Izračunati ugaoni prečnik Meseca, θ_{Moon} , posmatrano iz centra Zemlje, na dan pomračenja, izraženo u jedinicama θ_{Earth} . 5
- (D2.7) Proceni poluprečnik Meseca, R_{Moon} , u km, a osnovu prethodno dobijenih rezultata. 3
- (D2.8) Proceni najkraće ($r_{perigee}$) i najduže (r_{apogee}) rastojanje do Meseca. 4
- (D2.9) Koristeći odgovarajuće podatke od 10. Septembra, proceni rastojanje, d_{Sun} , od Sunca do Zemlje. 10

(D3) Supernove Tipa Ia

Supernove tipa Ia su veoma važne za merenja velikih vangalaktičkih rastojanja. Porast i pad sjaja ovih eksplozija daju karakteristične krive sjaja koje pomažu da se one identifikuju kao supernove tipa Ia.

Krive sjaja svih vrsta supernovih tipa Ia se mogu fitovati identičnim modelom, kada se adekvatno skaliraju. Da bi se ovo postiglo, krive sjaja se prvo moraju izraziti u referentnom sistemu galaksija u

kojim se posmatrane supernove nalaze. Ovo se postiže korekcijom vremenskih intervala, Δt_{obs} , faktorom $(1 + z)$ kako bi se rešio problem kosmološke vremenske dilatacije. Vremenski interval u referentnom sistemu galaksije ćemo označavati sa Δt_{gal} .

Kriva sjaja supernove u laboratorijskom sistemu se promeni za 2 magnitute u odnosu na maksimum dok protekne interval Δt_0 od dostizanja maksimuma luminoznosti. Ako dalje skaliramo vremenske intervale za faktor s (t.j. $\Delta t_s = s\Delta t_{\text{gal}}$) tako da je skalirana vrednost Δt_0 ista za sve supernove, ispostavlja se da sve krive sjaja imaju isti oblik. Štaviše, s je linearno povezano sa apsolutnom magnitudom maksimuma luminoznosti supernove, M_{peak} . T.j, važi:

$$s = a + bM_{\text{peak}},$$

gde su a i b konstante. Znajući faktor skaliranja, mogu se odrediti apsolutne magnitute supernovih na poznatim rastojanjima iz gore navedene jednačine.

Tabela ispod sadrži podatke za tri supernove uključujući njihove module rastojanja, μ (za prve dve), brzine udaljavanja, cz , i prividne zvezdane veličine, m_{obs} , u različitim trenucima. Vremenski interval $\Delta t_{\text{obs}} \equiv t - t_{\text{peak}}$ predstavlja broj proteklih dana od trenutka kada je data supernova dostigla maksimum luminoznosti. Posmatrane prividne zvezdane veličine su pre unošenja u tabelu korigovane za međuzvezdanu i atmosfersku ekstinkciju.

Ime	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
μ (mag)	34,27	35,64	
cz (km s ⁻¹)	4515	9426	12060
Δt_{obs} (dana)	m_{obs} (mag)	m_{obs} (mag)	m_{obs} (mag)
-15,00	19,41	18,35	20,18
-10,00	17,48	17,26	18,79
-5,00	16,12	16,42	17,85
0,00	15,74	16,17	17,58
5,00	16,06	16,41	17,72
10,00	16,72	16,82	18,24
15,00	17,53	17,37	18,98
20,00	18,08	17,91	19,62
25,00	18,43	18,39	20,16
30,00	18,64	18,73	20,48

- (D3.1) Izračunaj Δt_{gal} za svaku od tri supernove, i zapiši u odgovarajuća prazna polja tabele sa podacima na poleđini Lista za odgovore. Na milimetarskom papiru nacrtaj tačke i grafike sve 3 krive sjaja, u laboratorijskom referentnom sistemu (označi grafik sa "D3.1"). 15
- (D3.2) Ako za factor skaliranja s_2 , koji odgovara supernovoj SN2006IS, odaberemo vrednost 1,00, izračunaj faktore skaliranja, s_1 i s_3 , za preostale 2 supernove SN2006TD i SN2005LZ, respektivno, pomoću njihovih vrednosti Δt_0 . 5
- (D3.3) Izračunaj skalirane vremenske intervale, Δt_s , za sve 3 supernove. Upiši sve vrednosti Δt_s u iste tabele sa podacima na Listu za odgovore. Na drugom milimetarskom papiru nacrtaj tačke i grafike sve 3 krive sjaja da potvrdiš da sada sve imaju isti profil (označi grafik sa "D3.3"). 14
- (D3.4) Izračunaj apsolutne magnitute pri maksimumu luminoznosti, $M_{\text{peak},1}$, za SN2006TD i $M_{\text{peak},2}$, za SN2006IS. Iz ovih vrednosti nađi a i b . 6
- (D3.5) Izračunaj apsolutnu magnitudu pri maksimumu luminoznosti, $M_{\text{peak},3}$, i moduo rastojanja, μ_3 , za SN2005LZ. 4
- (D3.6) Koristeći moduo rastojanja, μ_3 , proceni vrednost Hablove konstante, H_0 . Takođe, proceni starost univerzuma, T_H . 6