

(D1) **Binárny Pulzar**

Astronómovia objavili množstvo milisekundových pulzarov (perióda rotácie  $< 10$  ms). Väčšina týchto pulzarov sú binárne sústavy s kruhovými dráhami.

Pre daný pulzar v binárnej sústave bola zmeraná rotačná perióda ( $P$ ) a zrýchlenie ( $a$ ) v smere zorného lúča. Obidve veličiny vykonávajú systematické variácie v dôsledku orbitálneho pohybu. Pre cirkulárne dráhy tieto variácie môžu byť popísané matematicky v zmysle orbitálnej fázy  $\phi$  ( $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ) ako

$$P(\phi) = P_0 + P_t \cos\phi \quad \text{kde } P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

$$a(\phi) = -a_t \sin\phi \quad \text{kde } a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

kde  $P_B$  je orbitálna perióda dvojhviezdy,  $P_0$  je skutočná rotačná perióda pulzaru a  $r$  je polomer jeho dráhy.

Nasledovná tabuľka obsahuje takéto merania  $P$  a  $a$  v rôznom heliocentrickom Juliánskom čase  $T$ , ktoré je vyjadrené v orezaných Modifikovaných Juliánskych Dňoch (tMJD), čo je počet dní od od MJD = 2 440 000

No.	T (tMJD)	P ( $\mu$ s)	a ( $\text{m s}^{-2}$ )
1	5740.654	7587.8889	- 0.92 $\pm$ 0.08
2	5740.703	7587.8334	- 0.24 $\pm$ 0.08
3	5746.100	7588.4100	- 1.68 $\pm$ 0.04
4	5746.675	7588.5810	+ 1.67 $\pm$ 0.06
5	5981.811	7587.8836	+ 0.72 $\pm$ 0.06
6	5983.932	7587.8552	- 0.44 $\pm$ 0.08
7	6005.893	7589.1029	+ 0.52 $\pm$ 0.08
8	6040.857	7589.1350	+ 0.00 $\pm$ 0.04
9	6335.904	7589.1358	+ 0.00 $\pm$ 0.02

Pri vykreslení  $a(\phi)$  ako funkcie  $P(\phi)$ , môžeme dostať parametrickú krivku. Je evidentné zo vzťahov vyššie, že táto krivka v grafe ( $x - y$ ) perióda – zrýchlenie je elipsa.

V tejto úlohe odhadujeme skutočnú rotačnú periódu  $P_0$ , orbitálnu periódu  $P_B$ , a polomer orbitálnej dráhy  $r$ , jednoduchou analýzou tohto dátového súboru, predpokladajúc kruhovú dráhu.

- (D1.1) Vykresli dáta do grafu ( $x - y$ ) perióda – zrýchlenie (označ svoj graf ako “D1.1”) vrátane chybových úsečiek. 7
- 2
- (D1.2) V grafe D1.1 vykresli veľmi presne symetrickú elipsu, ktorá je najlepším fitom dát. 7
- (D1.3) Z grafu odhadni  $P_0$ ,  $P_t$  a  $a_t$ , vrátane rozsahu chýb ( $\pm$ ). 7
- (D1.4) Napíš výraz pre  $P_B$  a  $r$  v zmysle  $P_0$ ,  $P_t$ ,  $a_t$ . 4
- (D1.5) Vypočítaj približnú hodnotu  $P_B$  a  $r$  na základe odhadov urobených v (D1.3), vrátane rozsahu chýb ( $\pm$ ). 6
- (D1.6) Vypočítaj orbitálnu fázu  $\phi$  v hore uvedenej tabuľke odpovedajúcu časom: pre riadky No. 1, 4, 6, 8, 9. 4
- (D1.7) Upresni odhady orbitálnej periódy  $P_B$ , použijúc výsledky v časti (D1.6) nasledovným spôsobom:
- (D1.7a) Najprv urči počiatočný čas/epochu  $T_0$ , ktorý odpovedá fáze nula pred prvým pozorovaním. 2
- (D1.7b) Predpokladaný čas  $T_{\text{calc}}$ , odhadnutej fázy každého pozorovania je daný vzorcom 7

$$T_{\text{calc}} = T_0 + \left(n + \frac{\phi}{360^\circ}\right) P_B,$$

Kde  $n$  je počet celých cyklov fázy, ktoré ubehli medzi časom  $T_0$  a  $T_{\text{calc}}$ . Vypočítaj  $n$  a  $T_{\text{calc}}$  pre každé z piatich pozorovaní v časti (D1.6). Zapiš si rozdiely  $T_{0-C}$  medzi pozorovanými a vypočítanými  $T$  a  $T_{\text{calc}}$ . Zapiš tieto výpočty do tabuľky danej v odpoved'ovom hárku.

(D1.7c) Vykresli každý bod do grafu (y - x)  $T_{0-C}$  v závislosti na  $n$  (označ aj osi a hodnoty a svoj graf pomenuj ako "D1.7").

4

(D1.7d) Vypočítaj revidované/upresnené hodnoty počiatocnej epochy  $T_{0,r}$ , a orbitálnu periódu  $P_{B,r}$ .

7

### (D2) Vzdialenosť Mesiaca

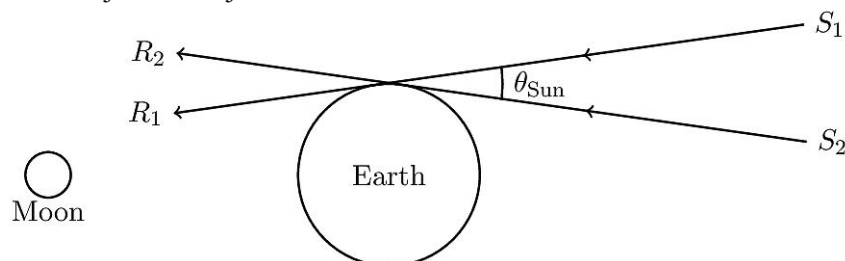
Geocentrické efemeridy Mesiaca pre September 2015 sú dané v tabuľke. Každé pozorovanie bolo získané v čase 00:00 UT.

Date	R.A. ( $\alpha$ )			Dec. ( $\delta$ )			Angular Size( $\theta$ )	Phase ( $\phi$ )	Elongation Of Moon
	h	m	s	°	'	"			
Sep 01	0	36	46.02	3	6	16.8	1991.2	0.927	148.6° W
Sep 02	1	33	51.34	7	32	26.1	1974.0	0.852	134.7° W
Sep 03	2	30	45.03	11	25	31.1	1950.7	0.759	121.1° W
Sep 04	3	27	28.48	14	32	4.3	1923.9	0.655	107.9° W
Sep 05	4	23	52.28	16	43	18.2	1896.3	0.546	95.2° W
Sep 06	5	19	37.25	17	55	4.4	1869.8	0.438	82.8° W
Sep 07	6	14	19.23	18	7	26.6	1845.5	0.336	70.7° W
Sep 08	7	7	35.58	17	23	55.6	1824.3	0.243	59.0° W
Sep 09	7	59	11.04	15	50	33.0	1806.5	0.163	47.5° W
Sep 10	8	49	0.93	13	34	55.6	1792.0	0.097	36.2° W
Sep 11	9	37	11.42	10	45	27.7	1780.6	0.047	25.1° W
Sep 12	10	23	57.77	7	30	47.7	1772.2	0.015	14.1° W
Sep 13	11	9	41.86	3	59	28.8	1766.5	0.001	3.3° W
Sep 14	11	54	49.80	0	19	50.2	1763.7	0.005	7.8° E
Sep 15	12	39	50.01	-3	20	3.7	1763.8	0.026	18.6° E
Sep 16	13	25	11.64	-6	52	18.8	1767.0	0.065	29.5° E
Sep 17	14	11	23.13	-10	9	4.4	1773.8	0.120	40.4° E
Sep 18	14	58	50.47	-13	2	24.7	1784.6	0.189	51.4° E
Sep 19	15	47	54.94	-15	24	14.6	1799.6	0.270	62.5° E
Sep 20	16	38	50.31	-17	6	22.8	1819.1	0.363	73.9° E
Sep 21	17	31	40.04	-18	0	52.3	1843.0	0.463	85.6° E
Sep 22	18	26	15.63	-18	0	41.7	1870.6	0.567	97.6° E
Sep 23	19	22	17.51	-17	0	50.6	1900.9	0.672	110.0° E
Sep 24	20	19	19.45	-14	59	38.0	1931.9	0.772	122.8° E
Sep 25	21	16	55.43	-11	59	59.6	1961.1	0.861	136.2° E
Sep 26	22	14	46.33	-8	10	18.3	1985.5	0.933	150.0° E
Sep 27	23	12	43.63	-3	44	28.7	2002.0	0.981	164.0° E
Sep 28	0	10	48.32	0	58	58.2	2008.3	1.000	178.3° E
Sep 29	1	9	5.89	5	38	54.3	2003.6	0.988	167.4° W
Sep 30	2	7	39.02	9	54	16.1	1988.4	0.947	153.2° W

Zúžená fotografia dole ukazuje viacero záberov Mesiaca získaných v rôznych časoch počas úplného zatmenia Mesiaca, ktoré nastalo v uvedenom Septembri. Pre každý záber bol stred zosúladený s centrálnou severojužnou čiarou tieňa/umbry. Pre tento problém predpokladajme, že pozorovateľ bol v strede povrchu Zeme a uhlový rozmer odpovedá uhlovému priemeru objektu/tieňa.



- (D2.1) V septembri, apogeum mesačnej dráhy je najbližšie k Novu/Prvá štvrt'/Spln/tretia štvrt'. Odfajkni správnu odpoveď v odpoved'ovom hárkú. Ďalší dôkaz k danej odpovedi nie je potrebný.. 3
- (D2.2) V septembri, výstupný uzol mesačnej dráhy vzhľadom na ekliptiku je najbližšie k Novu/Prvá štvrt'/Spln/tretia štvrt' . Odfajkni správnu odpoveď v odpoved'ovom hárkú. Ďalší dôkaz k danej odpovedi nie je potrebný. 4
- (D2.3) Vypočítaj excentricitu  $e$ , dráhy Mesiaca z daných dát. 4
- (D2.4) Urči graficky uhlový rozmer tieňa zatmenia  $\theta_{\text{umbra}}$  voči uhlovému rozmeru Mesiaca  $\theta_{\text{Moon}}$ . Ukáž postup na danej zloženej fotografii na zadnej strane odpoved'ového hárkú. 8
- (D2.5) Uhol protiľahlý zo Slnka na Zem počas mesačného zatmenia je známy ako  $\theta_{\text{Sun}} = 1915.0''$ . Na obrázku dole lúče  $S_1R_1$  a  $S_2R_2$  prichádzajú od diametrálne opačných koncov slnečného disku. Obrázok nie je v reálnej škále. 9



Vypočítaj uhlový rozmer polotieňa  $\theta_{\text{penumbra}}$ , v zmysle uhlového rozmeru Mesiaca  $\theta_{\text{Moon}}$ . Predpokladáme, že pozorovateľ je v strede povrchu Zeme.

- (D2.6) Nech  $\theta_{\text{Earth}}$  je uhlový rozmer Zeme videný zo stredú povrchu Mesiaca. Vypočítaj uhlový rozmer Mesiaca  $\theta_{\text{Moon}}$  voči uhlovému rozmeru Zeme  $\theta_{\text{Earth}}$  ako by bol videný zo stredú povrchu Zeme v deň zatmenia Mesiaca. 5
- (D2.7) Vypočítaj polomer Mesiaca  $R_{\text{Moon}}$  v kmz daných výsledkov vyššie. 3
- (D2.8) Vypočítaj najkratšiu vzdialenosť  $r_{\text{perigee}}$ , a najväčšiu vzdialenosť  $r_{\text{apogee}}$  Mesiaca. 4
- (D2.9) Použi vhodné dáta z 10 - toho Septembra na výpočet vzdialenosti Slnka od Zeme  $d_{\text{Sun}}$ . 10

### (D3) Supernovy Typu Ia

Supernovy typu Ia sa používajú na určovanie veľkých extra galaktických vzdialeností. Zjasnenia a pokles ich vzplanutí vykazuje charakteristické svetelné krivky ktoré môžu byť fitované rovnakým modelom ak sú vhodne naškálované. V záujme tohto, najprv musíme vyjadriť svetelné krivky v rámci hostiteľskej galaxie, pričom musíme dbať na kozmologickú dilatáciu pozorovaných časových intervalov  $\Delta t_{\text{obs}}$ , faktorom  $(1 + z)$ .

“Rest frame light curve” je výraz pre závislosť jasnosti supernovy na čase, pričom čas je spojený s hostiteľskou galaxiou, čiže v slovenčine “kludová svetelná krivka”, lebo supernova sa nepohybuje voči hostiteľskej galaxii. Okrem toho to znamená aj to, že sledujeme časový interval v dňoch za aký klesne jasnosť supernovy z maxima o dve magnitúdy. V našom prípade tento časový interval je  $\Delta t_0$ . Ak ďalej

škálujeme časové intervaly o faktor  $s$  (kde  $\Delta t_s = s\Delta t$ ) tak, že škálovaná  $\Delta t_0$  je rovnaká pre všetky supernovy a potom ich svetelné krivky majú rovnaký tvar. Je jasné, že  $s$  je lineárne závislé na absolútnej magnitúde  $M_{\text{peak}}$ , v maxime svietivosti supernovy. Potom platí vzorec

$$s = a + bM_{\text{peak}},$$

Kde  $a$  a  $b$  sú konštanty. Ak poznáme škálovací faktor môžeme určiť absolútne magnitúdy supernov pre neznáme vzdialenosti supernov z hore uvedenej rovnice.

Tabuľka nižšie obsahuje údaje pre tri supernovy a moduly vzdialenosti  $\mu$  (pre prvé dve), ich rýchlosti vzdľavovania  $cz$ , a ich zdanlivé magnitúdy  $m_{\text{obs}}$  v rôznych časoch. Čas  $\Delta t_{\text{obs}} \equiv t - t_{\text{peak}}$  predstavuje počet dní od dátumu, keď daná supernova dosiahla maximálnu jasnosť. Pozorované magnitúdy už boli opravené na medzihviezdu ako aj na atmosférickú extinkciu.

Name	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
$\mu$ (mag)	34.27	35.64	
$cz$ (km s <sup>-1</sup> )	4515	9426	12060
$\Delta t_{\text{obs}}$ (d)	$m_{\text{obs}}$ (mag)	$m_{\text{obs}}$ (mag)	$m_{\text{obs}}$ (mag)
-15.00	19.41	18.35	20.18
-10.00	17.48	17.26	18.79
-5.00	16.12	16.42	17.85
0.00	15.74	16.17	17.58
5.00	16.06	16.41	17.72
10.00	16.72	16.82	18.24
15.00	17.53	17.37	18.98
20.00	18.08	17.91	19.62
25.00	18.43	18.39	20.16
30.00	18.64	18.73	20.48

- (D3.1) Vypočítaj  $\Delta t_{\text{gal}}$ , časové intervaly v kľudovom stave hostiteľských galaxií pre všetky tri supernovy a vypíš ich do tabuliek na zadnej strane odpovedového hárku. Na grafický papier vykresli všetky tri kľudové svetelné krivky a označ graf ako "D3.1". 15
- (D3.2) Zober škálovací faktor  $s_2$ , pre supernovu SN2006IS nech je rovný 1.00. Vypočítaj škálovacie faktory  $s_1$  a  $s_3$ , pre ostatné dve supernovy (tak, že predelíme čas poklesu druhej časmi ostatných dvoch) SN2006TD a SN2005LZ pomocou výpočtu  $\Delta t_0$  pre ne. 5
- (D3.3) Vypočítaj škálovacie časové rozdiely  $\Delta t_s$ , pre všetky tri supernovy. Vpíš hodnoty  $\Delta t_s$  opäť do tabuliek v odpovedovom hárku. Na ďalší grafický papier vykresli všetky 3 svetelné krivky majú približne rovnaký tvar (graf označ ako "D3.3"). 14
- (D3.4) Vypočítaj absolútne magnitúdy v maxime jasnosti  $M_{\text{peak},1}$ , pre SN2006TD a  $M_{\text{peak},2}$ , pre SN2006IS. Tieto hodnoty použi pre výpočet "a" aj "b". 6
- (D3.5) Vypočítaj absolútnu magnitúdu v maxime jasnosti  $M_{\text{peak},3}$ , a modul vzdialenosti  $\mu_3$ , pre SN2005LZ. 4
- (D3.6) Použi modul vzdialenosti  $\mu_3$  na výpočet Hubbleovej konštanty  $H_0$ . Ďalej vypočítaj charakteristický vek vesmíru  $T_H$ . 6