

වඩා නිවැරදිතාවය සඳහා වෙනම ලැබෙන ඉංග්‍රීසි ප්‍රශ්න පත්‍රය ද කියවන්න

**(T1) True or False - හරි හෝ වැරදි**

Determine if each of the following statements is True or False. In the Summary Answersheet, tick the correct answer (TRUE / FALSE) for each statement. No justifications are necessary for this question.

පහත සඳහන් ප්‍රකාශන, හරි හෝ වැරදි බව තීරණය කරන්න. ප්‍රකාශනවලට අදාළ නිවැරදි පිළිතුර (හරි හෝ වැරදි බව) සංක්ෂිප්ත පිළිතුරු පත්‍රයේ, අදාළ ප්‍රශ්න අංකය ඉදිරියෙන් ඇති කොටුවේ, හරි ලකුණකින් සලකුණු කරන්න. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා පමණක්, පිළිතුර සාධාරණීකරණය කිරීම (පිළිතුර ලබා ගත් ආකාරය ) අවශ්‍ය නොවන්නේය.

(T1.1) In a photograph of the clear sky on a Full Moon night with a sufficiently long exposure, the colour of the sky would appear blue as in daytime. 2

සුර පසළොස්වක දිනක දීර්ඝ නිරාවරණයක් සහිතව ගත් රාත්‍රී අහසේ ඡායාරූපයක රාත්‍රී අහස දවල් කාලයේ මෙන් නිල් පැහැයෙන් දැක ගත හැක.

(T1.2) An astronomer at Bhubaneswar marks the position of the Sun on the sky at 05: 00 UT every day of the year. If the Earth's axis were perpendicular to its orbital plane, these positions would trace an arc of a great circle. 2

Bhubaneswar හි සිටින තාරකා විද්‍යාඥයෙක්, වසරේ සෑම දිනක ම 05:UT ටිට දී අහසේ හිරුගේ පහිටීම සලකුණු කරයි. පෘථිවියේ අක්ෂ එහි කක්ෂ තලයට ලම්බක නම්, එම ස්ථාන විශාල වෘත්තයක කොටසක් (වාපයක්) සලකුණු කරයි.

(T1.3) If the orbital period of a certain minor body around the Sun in the ecliptic plane is less than the orbital period of Uranus, then its orbit must necessarily be fully inside the orbit of Uranus. 2

සූර්යයා සිටින ක්‍රාන්තිවලය සහිත තලයෙහි හිරු වටා එක්තරා කුඩා වස්තුවක කක්ෂීය කාලාවර්තය, යුරේනස්ගේ කක්ෂීය කාලාවර්තයට වඩා අඩු ය. එවිට එහි කක්ෂය අවශ්‍යයෙන් ම සම්පූර්ණ ලෙස, යුරේනස්ගේ කක්ෂය තුළ පිහිටිය යුතු ය.

(T1.4) The centre of mass of the solar system is inside the Sun at all times. 2

සෞරග්‍රහ මණ්ඩලයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සෑම විටම සූර්යයා තුළ පිහිටා ඇත.

(T1.5) A photon is moving in free space. As the Universe expands, its momentum decreases. 2

ෆෝටෝනයක් නිදහස් අවකාශයේ චලනය වේ. විශ්වය ප්‍රසාරණය වේ නම්, ෆෝටෝනයේ ගම්‍යතාව අඩු වේ.

**(T2) Gases on Titan - ටයිටන් ගේ වායුන්** 10

Gas particles in a planetary atmosphere have a wide distribution of speeds. If the r.m.s. (root mean square) thermal speed of particles of a particular gas exceeds 1/6 of the escape speed, then most of that gas will escape from the planet. What is the minimum atomic weight (relative atomic mass),  $A_{\min}$ , of an ideal monatomic gas so that it remains in the atmosphere of Titan?

ග්‍රහලෝක වායුගෝලයක ඇති වායු අංශුන් ගේ වේගයන් පුළුල් පරාසයක ව්‍යාප්තව වි තිබේ. කිසියම් වායුවක වායු අංශුන් ගේ තාප වේගයේ වරග මධ්‍ය මූල ප්‍රවේගය (r.m.s.) ග්‍රහලෝකයේ විශේෂ වේගයෙන් 1/6 ට වැඩි වැඩි වුවහොත් එවිය එම වායුවේ බොහොමයක් වායුව ග්‍රහලොවෙන් ඉවත්වනු ඇත. ටයිටන් වායුගෝලයේ රැදී තිබිය හැකි එක පරමාණුක පරිපූර්ණ වයුවක (ideal monatomic gas) අවම පරමාණුක ස්කන්ධය ((relative atomic mass,  $A_{\min}$ ) කුමක්ද?

Given, mass of Titan  $M_T = 1.23 \times 10^{23}$  kg, radius of Titan  $R_T = 2575$  km, surface temperature of Titan  $T_T = 93.7$  K.

**(T3) Early Universe**

Cosmological models indicate that radiation energy density,  $\rho_r$ , in the Universe is proportional to  $(1 + z)^4$ , and the matter energy density,  $\rho_m$ , is proportional to  $(1 + z)^3$ , where  $z$  is the redshift. The dimensionless density parameter,  $\Omega$ , is given as  $\Omega = \rho/\rho_c$ , where  $\rho_c$  is the critical energy density of the Universe. In the present Universe, the density parameters corresponding to radiation and matter, are  $\Omega_{r_0} = 10^{-4}$  and  $\Omega_{m_0} = 0.3$ , respectively.

විශ්වය පිළිබඳ ආකෘතිවලට අනුව විශ්වයේ කිරණ ශක්ති ඝනත්වය,  $\rho_r$  යන්න,  $(1+z)^4$ , ට සමානුපාතික වේ. පදාර්ථ ශක්ති ඝනත්වය,  $\rho_m$ , යන්න  $(1+z)^3$ , ට සමානුපාතික වේ. මෙහි  $z$  යනු රක්ත විස්ථාපනය යි. මාන රහිත ඝනත්ව පරාමිතිය  $\Omega$ , යන්න  $\Omega = \rho/\rho_c$  මගින් දෙනු ලබන අතර මෙහි  $\rho_c$  යනු විශ්වයේ අවධි ශක්ති ඝනත්වය යි. වර්තමාන විශ්වයේ, විකිරණ සහ පදාර්ථ වලට අදාළ ඝනත්ව පරාමිතීන් පිළිවෙලින්  $\Omega_{r_0} = 10^{-4}$  සහ  $\Omega_{m_0} = 0.3$  වේ.

(T3.1) Calculate the redshift,  $z_e$ , at which radiation and matter energy densities were equal. 3  
කිරණ සහ පදාර්ථ ඝනත්ව සමාන අවස්ථාවේ දී, රක්ත විස්ථාපනය,  $z_e$ , ගණනය කරන්න.

(T3.2) Assuming that the radiation from the early Universe has a blackbody spectrum with a temperature of 2.732 K, estimate the temperature,  $T_e$ , of the radiation at redshift  $z_e$ . 4  
විශ්වයේ මුල් අවධියේ, විශ්වයෙන් පැමිණි විකිරණවලට කෘෂ්ණ වස්තු වර්ණාවලියක් තිබේ යයි උපකල්පනය කර, රක්ත විස්ථාපනයේ දී, විකිරණවල උෂ්ණත්වය තක්සේරු කරන්න.

(T3.3) Estimate the typical photon energy,  $E_\nu$  (in eV), of the radiation as emitted at redshift  $z_e$ . 3  
විකිරණ සහ පදාර්ථ ඝනත්ව සමාන අවස්ථාවේ දී, රක්ත විස්ථාපනය ගණනය කරන්න.

(T4) **Shadows - සෙවනැලි** 10

An observer in the northern hemisphere noticed that the length of the shortest shadow of a 1.000 m vertical stick on a day was 1.732 m. On the same day, the length of the longest shadow of the same vertical stick was measured to be 5.671 m.

Find the latitude,  $\phi$ , of the observer and declination of the Sun,  $\delta_\odot$ , on that day. Assume the Sun to be a point source and ignore atmospheric refraction.

උතුරු අර්ධගෝලයේ සිටින නිරීක්ෂකයකු සිරස්ව පිහිටි 1.000 m උස කෝටුවක සෙවනැල්ල 1.732 m බව දකින ලදී. එම දිනයේදීම කෝටුවේ මතින ලද දිගම සෙවනැල්ල වූයේ 5.671 m ලෙස ද මතින ලදී. නිළම දිනයේදී නිරීක්ෂකයා සිටින අක්ෂාංශය,  $\phi$ , ද සූර්යයා ගේ ක්‍රාන්තිය  $\delta_\odot$ , ද සොයන්න. සූර්යයා ලේක්ෂීය ප්‍රභවයක් ලෙස ද වියුගොලීය වර්තනය නොගිනිය හැකි තරම් කුඩා ලෙසද සලකන්න.

(T5) **GMRT beam transit** 10

Giant Metrewave Radio Telescope (GMRT), one of the world's largest radio telescopes at metre wavelengths, is located in western India (latitude:  $19^\circ 6' N$ , longitude:  $74^\circ 3' E$ ). GMRT consists of 30 dish antennas, each with a diameter of 45.0 m. A single dish of GMRT was held fixed with its axis pointing at a zenith angle of  $39^\circ 42'$  along the northern meridian such that a radio point source would pass along a diameter of the beam, when it is transiting the meridian.

What is the duration  $T_{\text{transit}}$  for which this source would be within the FWHM (full width at half maximum) of the beam of a single GMRT dish observing at 200 MHz?

**Hint:** The FWHM size of the beam of a radio dish operating at a given frequency corresponds to the angular resolution of the dish. Assume uniform illumination.

GMRT යනු, මීටර් තරංග ආයාම පරාසයේ තිබෙන, බටහිර ඉන්දියාවේ පිහිටා ඇති (latitude:  $19^\circ 6' N$ , longitude:  $74^\circ 3' E$ ), ලෝකයේ ලොකුම රේඩියෝ දුරේක්ෂවලින් එකකි. විෂ්කම්භය 45.0 මීටර් වන දිසි ඇන්ටනා 30 කින් GMRT සමන්විත වේ. GMRT හි තැටි ස්ථාපනය කර ඇත්තේ, එහි එක් දිසියක එහි අක්ෂය අහස් මුදුනේ සිට ඇති කෝණය  $39^\circ 42'$  වන පරිදි මධ්‍යයන රේඛාවේ උතුරු දිගට වන්නටය. එම නිසා, ලක්ෂීය රේඩියෝ ප්‍රභවයක් මධ්‍යයන රේඛාව හරහා යන විට, එය ක්ෂුද්‍රවශයෙන් විෂ්කම්භය මතින් යනු ඇත.

GMRT එකතැටියක් 200 MHz හි නිරීක්ෂණය කරන විට, එම ප්‍රභවය FWHM (full width at half maximum) තුළ පවතින කාල පරාසය  $T_{\text{transit}}$  කුමක් ද?

**ඉගිය:**

දී ඇති සංඛ්‍යාතයක දී ක්‍රියාත්මක වන රේඩියෝ තැටියේ තරංගයේ FWHM විශාලත්වය, තැටියේ කෝණික විභේදනයට අනුරූප වේ. ඒකාකර ප්‍රදීපනයක් ඇති බව උපකල්පනය කරන්න.

(T6) **Cepheid Pulsations - සේලිඩ් ස්පන්දන**

The star  $\beta$ -Doradus is a Cepheid variable star with a pulsation period of 9.84 days. We make a simplifying assumption that the star is brightest when it is most contracted (radius being  $R_1$ ) and it is faintest when it is most expanded (radius being  $R_2$ ). For simplicity, assume that the star maintains its spherical shape and behaves as a perfect black body at every instant during the entire cycle. The bolometric magnitude of the star varies from 3.46 to 4.08. From Doppler measurements, we know that during pulsation the stellar surface expands or contracts at an average radial speed of  $12.8 \text{ km s}^{-1}$ . Over the period of pulsation, the peak of thermal radiation (intrinsic) of the star varies from 531.0 nm to 649.1 nm.

$\beta$ -Doradus තාරකාව යනු, ස්පන්දන කාලාවර්තය දින 9.84ක් වන සේලිඩ් විචලය තාරකාවකි. ලෙසත් උපකල්පනය කරන්න. තාරකාව උපරිම සංකෝචනය වන විට (අරය  $R_1$ ) එය දීප්තිමත් වන බවත්, තාරකාව උපරිම ප්‍රසාරණය වන විට එය දීප්තියෙන් හින වන බවත් උපකල්පනය කරන්න. තාරකාව එහි ගෝලාකාර ස්වභාවයේ ම පවතින බවත්, සම්පූර්ණ වක්‍රයේ සෑම මොහොතක ම එය පරිපූර්ණ කාෂ්ණ වස්තුවක් ලෙස හැසිරෙන බවත් උපකල්පනය කරන්න. තාරකාවේ බොලොමිතික විශාලත්වය 3.46 සිට 4.08 දක්වා විචලනය වේ. ඩොප්ලර් මිනුම්වලට අනුව, ස්පන්දනය වන කාලය තුළ දී,  $12.8 \text{ km s}^{-1}$ . සාමාන්‍ය අරිය වේගයකින්, තාරිය පෘෂ්ඨය ප්‍රසාරණය හෝ සංකෝචනය වේ. ස්පන්දනය වන කාලාවර්තය තුළ දී, තාරකාවේ තාපජ විකිරණයේ උපරිමය 531.0 nm සිට 649.1 nm දක්වා විචලනය වේ.

- (T6.1) Find the ratio of radii of the star in its most contracted and most expanded states ( $R_1/R_2$ ).  
තාරකාව උපරිම සංකෝචනය සහ උපරිම ප්‍රසාරණය පවතින අවස්ථාවේ දී, එහි අරයයන් අතර අනුපාතය ( $R_1/R_2$ ) ගණනය කරන්න. 7
- (T6.2) Find the radii of the star (in metres) in its most contracted and most expanded states ( $R_1$  and  $R_2$ ).  
තාරකාව උපරිම සංකෝචනය සහ උපරිම ප්‍රසාරණය පවතින අවස්ථාවේ දී, එහි අරයයන් වෙන වෙන ම සොයන්න ( $R_1$  and  $R_2$ ). 3
- (T6.3) Calculate the flux of the star,  $F_2$ , when it is in its most expanded state.  
තාරකාව එහි උපරිම ප්‍රසාරණ අවස්ථාවේ ඇති විට එහි ප්‍රාචය  $F_2$  ගන්නය කරන්න. 5
- (T6.4) Find the distance to the star,  $D_{\text{star}}$ , in parsecs.  
තාරකාවට ඇති දුර  $D_{\text{star}}$ , පාසෙක් වලින් සොයන්න. 5

(T7) **Telescope optics**

In a particular ideal refracting telescope of focal ratio  $f/5$ , the focal length of the objective lens is 100 cm and that of the eyepiece is 1 cm.

එක්තරා වර්තක දුරේක්ෂයක නාභීය අනුපාතය  $f/5$  වන අතර එහි අවනෙතේ නාභීය දුර 100 cm සහ උපනෙතේ (eyepiece) නාභීය දුර 1cm වේ.

- (T7.1) What is the angular magnification,  $m_0$ , of the telescope? What is the length of the telescope,  $L_0$ , i.e. the distance between its objective and eyepiece?  
දුරේක්ෂයේ කෝණික විශාලනය  $m_0$  කොපමණ ද? දුරේක්ෂයේ දිග  $L_0$  (එනම් උපනෙත සහ අවනෙත අතර දුර) කොපමණ ද? 4

An introduction of a concave lens (Barlow lens) between the objective lens and the prime focus is a common way to increase the magnification without a large increase in the length of the telescope. A Barlow lens of focal length 1 cm is now introduced between the objective and the eyepiece to double the magnification.

දුරේක්ෂයේ දිග විශාල වශයෙන් වෙනස් නොකර, මූලික නාභිගත ලක්ෂයන් අවනෙතත් අතරට අවනල කාචයක් (Barlow lens) තැබීම මගින් දුරේක්ෂයේ විශාලනය වැඩි කරගත හැක. දැන් දුරේක්ෂයේ විශාලනය දෙගුණ කර ගැනීම සඳහා නාභීය දුර 1 cm ක් වන බර්ලෝ කාචයක් එකක් එකතු කර ඇතැ යි සලකන්න.

(T7.2) At what distance,  $d_B$ , from the prime focus must the Barlow lens be kept in order to obtain this desired double magnification? 6

බලාපොරොත්තු වන ද්විත්ව විශාලනය ලබා ගැනීම සඳහා, බර්ලෝ කාචය මූලික නාභීය ලක්ෂ්‍යයේ සිට කොපමණ දුරකින් තැබිය යුතු ද?

(T7.3) What is the increase,  $\Delta L$ , in the length of the telescope? 4

දුරේක්ෂයේ දිග වැඩි වීම,  $\Delta L$ , කොපමණ ද?

A telescope is now constructed with the same objective lens and a CCD detector placed at the prime focus (without any Barlow lens or eyepiece). The size of each pixel of the CCD detector is  $10 \mu\text{m}$ .

ඉහත කී අවනෙතත්, මූලික නාභීය ලක්ෂ්‍යයේ CCD අනාවරකයකින් තබා (බර්ලෝ කාචයක් හෝ උපන්තකින් තොරව) දැන් දුරේක්ෂයක් තනනු ලැබේ. CCD අනාවරකයේ සෑම pixel එකක ම විශාලත්වය  $10 \mu\text{m}$  වේ.

(T7.4) What will be the distance in pixels between the centroids of the images of the two stars,  $n_p$ , on the CCD, if they are  $20''$  apart on the sky? 6

අහසේ ඇති තරු දෙකක් එකිනෙකට  $20''$  ඇතින් ඇත්නම්, CCD අනාවරකය තුළ ඒවායේ පරතරය **pixel** වලින් කොපමණ ද?

**(T8) U-Band photometry**

A star has an apparent magnitude  $m_U = 15.0$  in the  $U$ -band. The  $U$ -band filter is ideal, i.e., it has perfect (100%) transmission within the band and is completely opaque (0% transmission) outside the band. The filter is centered at  $360 \text{ nm}$ , and has a width of  $80 \text{ nm}$ . It is assumed that the star also has a flat energy spectrum with respect to frequency. The conversion between magnitude,  $m$ , in any band and flux density,  $f$ , of a star in Jansky ( $1 \text{ Jy} = 1 \times 10^{-26} \text{ W Hz}^{-1} \text{ m}^{-2}$ ) is given by

$$f = 3631 \times 10^{-0.4m} \text{ Jy}$$

$U$ -කලාපයේදී තරුවක දෘශ්‍ය විශාලනය  $m_U = 15.0$  වේ.  $U$ -කලාපයේ පෙරහනය පරිපූර්ණ එකකි. එනම්, අදාළ කලාපය තුළ 100% සම්ප්‍රේෂණය වේ. අදාළ කලාපයෙන් පිටත කිසිදු සම්ප්‍රේෂණයක් සිදු නොවේ. පෙරහනය  $360 \text{ nm}$  හි මධ්‍ය ගත කර ඇති අතර එහි විස්තාරය  $80 \text{ nm}$  වේ. සෑම සංඛ්‍යාතයක් සඳහාම තරුවේ ශක්ති වර්ණාවලිය එකම අගයක් ඇතිබව උපකල්පනය කරන්න. තරුවක ඕනෑම කලාපයක විශාලත්වය  $m$ , සුව සන්නත්වය  $f$  ට හරවීම Jansky ( $1 \text{ Jy} = 1 \times 10^{-26} \text{ W Hz}^{-1} \text{ m}^{-2}$ ) වලින්

$$f = 3631 \times 10^{-0.4m} \text{ Jy} \text{ වේ.}$$

(T8.1) Approximately how many  $U$ -band photons,  $N_0$ , from this star will be incident normally on a  $1 \text{ m}^2$  area at the top of the Earth's atmosphere every second? 8

ආසන්න වශයෙන්, මෙම තරුව නිසා සෑම තත්පරයකදී ම කොපමණ **U-band** ෆෝටෝන ප්‍රමාණයක් සාමාන්‍යයෙන් පෘථිවි වායුගෝලයේ ඉහල වර්ග මීටර් එකක ප්‍රදේශයක් තුළ පතනය වෙනවා ද?

This star is being observed in the  $U$ -band using a ground based telescope, whose primary mirror has a diameter of  $2.0 \text{ m}$ . Atmospheric extinction in  $U$ -band during the observation is 50%. You may assume that the seeing is diffraction limited. Average surface brightness of night sky in  $U$ -band was measured to be  $22.0 \text{ mag/arcsec}^2$ .

ඉහත තාරකාව ම පොළවේ ඇති දුරේක්ෂයක් මගින්  $U$ -band ( $U$ -කලාපයේ) දී නිරීක්ෂණය කරනු ලැබේ. එහි ප්‍රධාන දර්පණය  $2.0 \text{ m}$  විෂ්කම්භයකින් යුක්ත වේ. නිරීක්ෂණ කාලය තුළ දී  $U$  කලාපයේ වායුගෝලීය නිරෝධනය 50% ක් වේ. දර්ශනය වීම විවර්තන සීමාවට යටත්ව ඇති බව උපකල්පනය කරන්න.  $U$  කලාපයේ මනින ලද අහසේ සාමාන්‍ය මතුපිට දීප්තිය  $22.0 \text{ mag/arcsec}^2$  වේ.

(T8.2) What is the ratio,  $R$ , of number of photons received per second from the star to that received from the sky, when measured over a circular aperture of diameter  $2''$ ? 8

$2''$  විෂ්කම්භයක් සහිත වෘත්තාකාර විවරයකින් මැන්න විට, තත්පරයක් තුළ තාරකාවෙන් පැමිණි ෆෝටෝන ප්‍රමාණය සහ තත්පරයක් තුළ අහසෙන් පැමිණි ෆෝටෝන අතර අනුපාතය  $R$ , සොයන්න.

(T8.3) In practice, only 20% of U-band photons falling on the primary mirror are detected. How many photons,  $N_t$ , from the star are detected per second? 4

U කලාපයෙන් වැටෙන ෆෝටෝන වලින් 20% ක ප්‍රමාණයක් ප්‍රයෝගික ව, ප්‍රධාන දර්පණයට අණාවරණය වේ. තත්පරයක් තුළ දී දුරේක්ෂය අණාවරණය කරගන්නා, තාරකාවෙන් පැමිණෙන ෆෝටෝන ගණන,  $N_t$ , කොපමණ ද?

**(T9) Mars Orbiter Mission**

India's Mars Orbiter Mission (MOM) was launched using the Polar Satellite Launch Vehicle (PSLV) on 5 November 2013. The dry mass of MOM (body + instruments) was 500 kg and it carried fuel of mass 852 kg. It was initially placed in an elliptical orbit around the Earth with perigee at a height of 264.1 km and apogee at a height of 23903.6 km, above the surface of the Earth. After raising the orbit six times, MOM was transferred to a trans-Mars injection orbit (Hohmann orbit).

The first such orbit-raising was performed by firing the engines for a very short time near the perigee. The engines were fired to change the orbit without changing the plane of the orbit and without changing its perigee. This gave a net impulse of  $1.73 \times 10^5 \text{ kg m s}^{-1}$  to the satellite. Ignore the change in mass due to burning of fuel.

2013 නෙවෙම්බර් මස 5 වැනි දා, ග්‍රැවීය වන්දිකා දියත්කරන යානය (PSLV) මගින් ඉන්දියාවේ අගහරු ග්‍රහයා වෙත යැවූ Mars Orbiter Mission (MOM) ව්‍යාපෘතිය දියත් කරන ලදී. MOM හි වියළි ස්කන්ධය (body +instrument) කිලෝ ග්‍රෑම් 500ක් වේ. එය රැගෙන ගිය ඉන්ධනවල ස්කන්ධය කිලෝ ග්‍රෑම් 852 ක් වේ. ආරම්භයේ දී, එය පෘථිවිය වටා ඉලිප්සාකාර කක්ෂයක කක්ෂක ගත කරන ලදී. එය පෘථිවියට ආසන්නයෙන් ම යනවිට, උපභූමිකය ලක්ෂයට පෘථිවි පෘෂ්ඨයේ සිට උස 264.1 km විය. එය පෘථිවියට ඇතිත් යනවිට, විභූමිකයට පෘථිවි පෘෂ්ඨයේ සිට උස 23903.6 km විය. සය වතාවක් එහි කක්ෂය මුදුන් කිරීමෙන් අනතුරු ව, එයඅන්තර් අගහරු ප්‍රක්ෂේපන( trans-Mars injection) කක්ෂයට(Hohmann orbit) මාරු කරන ලදී.

යානය පෘථිවියට ආසන්නයෙන් ම යනවිට, එම ලක්ෂ්‍යය ආසන්නයේ දී, තත්පර 42.6 තුළ එන්ජිම දහනය කිරීම මගින් පළමු කක්ෂ මුදුන් කිරීම සිදු කරන ලදී. එහි දී යානයට ලැබුණ ශුද්ධ ආවේගය  $1.73 \times 10^5 \text{ kg m s}^{-1}$  වේ. ඉන්ධන දහනය නිසා සිදු වූ ස්කන්ධ වෙනස නොසලකා හරින්න.

(T9.1) What is the height of the new apogee,  $h_a$  above the surface of the Earth, after this engine burn? 14

එන්ජිම දහනයෙන් පසු, යානය පෘථිවියට ආසන්නයෙන් ම යනවිට, උපභූමිකයට පෘථිවි පෘෂ්ඨයේ සිට උස කොපමණ වේ ද?

(T9.2) Find the eccentricity ( $e$ ) of the new orbit after the burn and the new orbital period ( $P$ ) of MOM in hours. 6

එන්ජිම දහනයෙන් පසු යානයේ (MOM), අලුත් කක්ෂයේ විකේන්ද්‍රතාව ( $e$ ) සහ අලුත් කක්ෂීය කාලාවර්තය පැය වලින් සොයන්න.

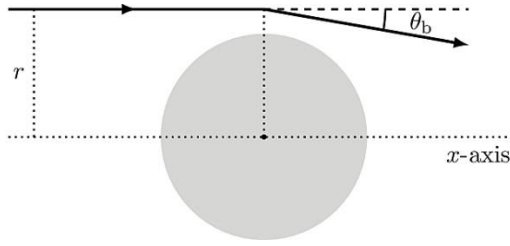
**(T10) Gravitational Lensing Telescope**

Einstein's General Theory of Relativity predicts bending of light around massive bodies. For simplicity, we assume that the bending of light happens at a single point for each light ray, as shown in the figure.

The angle of bending,  $\theta_b$ , is given by

$$\theta_b = \frac{2R_{\text{Sch}}}{r}$$

where  $R_{\text{Sch}}$  is the Schwarzschild radius associated with that gravitational body. We call  $r$ , the distance of the incoming light ray from the parallel  $x$ -axis passing through the centre of the body, as the “impact parameter”.



A massive body thus behaves somewhat like a focusing lens. The light rays coming from infinite distance beyond a massive body, and having the same impact parameter  $r$ , converge at a point along the axis, at a distance  $f_r$  from the centre of the massive body. An observer at that point will benefit from huge amplification due to this gravitational focusing. The massive body in this case is being used as a Gravitational Lensing Telescope for amplification of distant signals.

ආලෝකය අති විශාල වස්තු ළඟින් යන විට නැමීමකට ලක්වන බව අයින්ස්ටයින්ගේ සාපේක්ෂතාවාදය මගින් ප්‍රකාශ කරයි. මෙහි දී රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි සෑම ආලෝක කිරණයක්ම එකම ස්ථානයක දී නැමීමකට ලක් වන බව උපකල්පනය කරන්න. නැමීමේ කෝණය පහත ලෙස දැක්විය හැක.

$$\theta_b = \frac{2R_{\text{Sch}}}{r}$$

මෙහි  $R_{\text{Sch}}$  යනු ගුරුත්ව වස්තුව සමග සම්බන්ධ Schwarzschild අරයයි.  $r$  යනු, වස්තුවේ කේන්ද්‍රය හරහා යන රේඛාවක්, එම රේඛාවට සමාන්තර ව පැමිණෙන ආලෝක කිරණයක් අතර දුර යි. එය සට්ටන පරාමිතිය “impact parameter” ලෙස සැලකිය හැක.

එම නිසා, අති විශාල වස්තුවක් දුරස්ථ සංඥා විසාලනය කරන ගුරුත්ව කාච දුරේක්ෂයක් ලෙස යොදාගත හැක.

(T10.1) Consider the possibility of our Sun as a gravitational lensing telescope. Calculate the shortest distance,  $f_{\text{min}}$ , from the centre of the Sun (in A. U.) at which the light rays can get focused. 6

අපගේ සූර්යයා ගුරුත්ව කාච දුරේක්ෂයක් නම් සූර් මධ්‍යයේ සිට ආලෝක කිරණ නාභ්ගත කල හැකි අවම දුර,  $f_{\text{min}}$ , නක්ෂත්‍ර ඒකක වලින් ගන්නය කරන්න.

(T10.2) Consider a small circular detector of radius  $a$ , kept at a distance  $f_{\text{min}}$  centered on the  $x$ -axis and perpendicular to it. Note that only the light rays which pass within a certain annulus (ring) of width  $h$  (where  $h \ll R_{\odot}$ ) around the Sun would encounter the detector. The amplification factor at the detector is defined as the ratio of the intensity of the light incident on the detector in the presence of the Sun and the intensity in the absence of the Sun. 8

අරය  $a$  වන කුඩා වෘත්තාකාර අනාවරනයක්  $f_{\text{min}}$  දුරකින් එක්ස් අක්ෂයේ මධ්‍යය ට වන්නට සහ එයට ලම්භකව තබනු ලැබේ. හිරු වටා යම් දුරකින් පිහිටි පළල  $h$  (where  $h \ll R_{\odot}$ ) වන වලයාකාර පෙදෙසකින් තරණය වන ආලෝක කිරණ පමණක් අනාවරනය මත පතිත වන බව සනිටුහන් කරගන්න. සූර්යයා සහිතව හා රහිතව අනාවරනය මත පතිතවන ආලෝක තීව්‍රතා අතර අනුපාතය අනාවරනයේදී විශාලන අනුපාතය වේ.

Express the amplification factor,  $A_m$ , at the detector in terms of  $R_{\odot}$  and  $a$ .

$R_{\odot}$  සහ  $a$  ඇසුරෙන් අනාවරකදී විශාලන අනුපාතය  $A_m$ , සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා දෙන්න.

(T10.3) Consider a spherical mass distribution, such as dark matter in a galaxy cluster, through which light rays can pass while undergoing gravitational bending. Assume for simplicity that for the gravitational bending with impact parameter,  $r$ , only the mass  $M(r)$  enclosed inside the radius  $r$  is relevant. 6

මන්දාකිනි පොකුරක් අසල ඇති අදුරු පදාර්ථ වැනි වූ ගුරුත්වය නිසා ආලෝක කිරණ නැමීමකට ලක් විය හැකි ගෝලීය ස්කන්ධ ව්‍යාප්තියක් සලකන්න. ගැටලුව සරල විම සඳහා impact parameter,  $r$ , වන ගුරුත්ව නැමීමක් සඳහා බලපානුයේ අරය  $r$  සහිත ප්‍රදේශයක් තුළ ඇති ස්කන්ධය  $M(r)$  පමණක් බව සලකන්න.

What should be the mass distribution,  $M(r)$ , such that the gravitational lens behaves like an ideal optical convex lens?

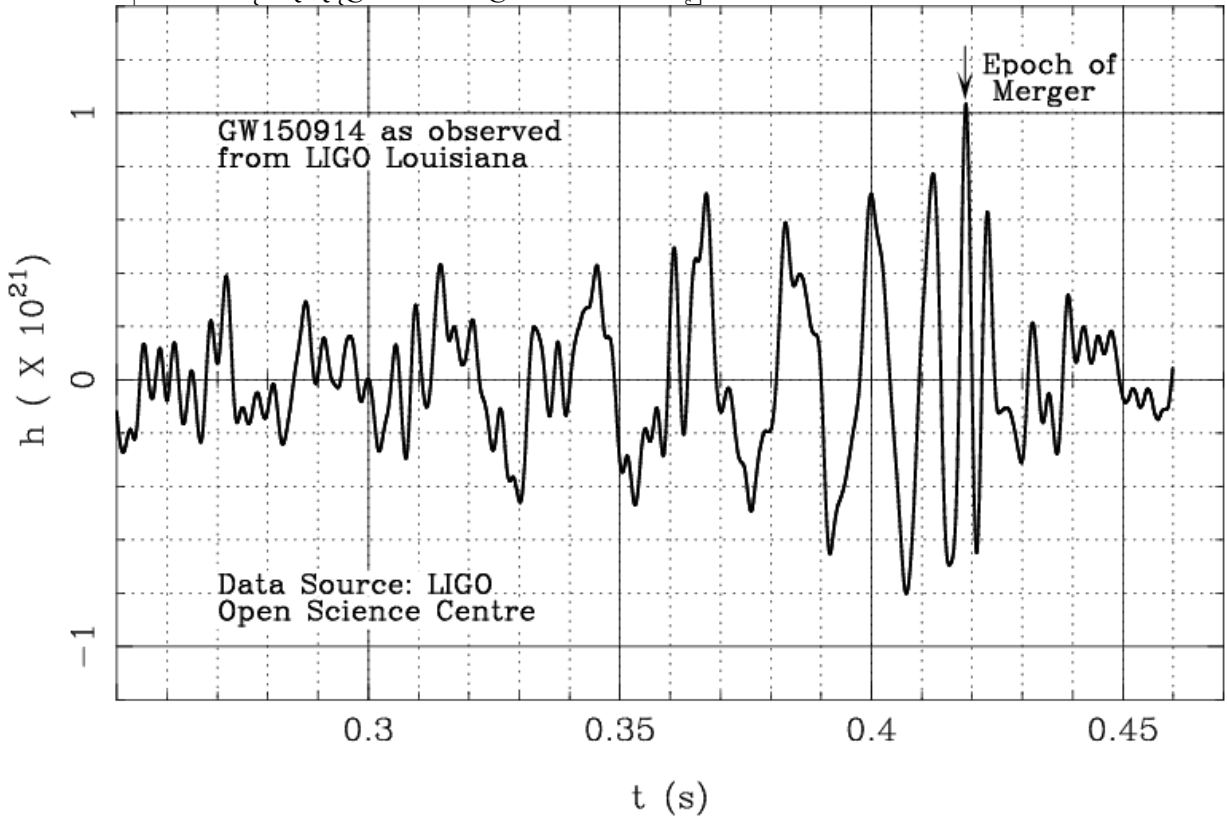
ගුරුත්ව කාචය, සත්‍ය උත්තල දර්පණයක් ලෙස හසිරීම සඳහා අවැසි ස්කන්ධ ව්‍යාප්තිය කුමක්ද?

ලකුණු පනහ බැගින් ලැබෙන දිගු ප්‍රශ්න දෙක මෙන් සිට

(T11) Gravitational Waves

The first signal of gravitational waves was observed by two advanced LIGO detectors at Hanford and Livingston, USA in September 2015. One of these measurements (strain vs time in seconds) is shown in the accompanying figure. In this problem, we will interpret this signal in terms of a small test mass  $m$  orbiting around a large mass  $M$  (i.e.,  $m \ll M$ ), by considering several models for the nature of the central mass.

මෑතකදී සොයාගත් ගුරුත්ව තරංග සිග්නල් එක පහත දක්වා ඇත. අප එය, විශාල ස්කන්ධයක් වන  $M$  වටා පරිච්ඡේදනය වන කුඩා පර්යේෂක ස්කන්ධයක් වන  $m$  යොදාගනිමින් මධ්‍ය ස්කන්ධයේ ස්වභාවය පැහැදිලි කරන සමීකරණ අකෘති යොදා පැහැදිලි කරන්නට උත්සහ කරන්නෙමු.



The test mass loses energy due to the emission of gravitational waves. As a result the orbit keeps on shrinking, until the test mass reaches the surface of the object, or in the case of a black hole, the innermost stable circular orbit – ISCO – which is given by  $R_{\text{ISCO}} = 3R_{\text{Sch}}$ , where  $R_{\text{Sch}}$  is the Schwarzschild radius of the black hole. This is the “epoch of merger”. At this point, the amplitude of the gravitational wave is maximum, and so is its frequency, which is always twice the orbital frequency. In this problem, we will only focus on the gravitational waves before the merger, when Kepler’s laws are assumed to be valid. After the merger, the form of gravitational waves will drastically change.

කුඩා ස්කන්ධය ගුරුත්ව තරංග පිටකිරීම නිසා ශක්තිය ක්‍රමයෙන් නැතිවී යයි. එමනිසා කක්ෂය වස්තුවේ මතුපිටට එන තෙක් හැකිලේ - නැතහොත් කළුකුහරයක ඇතුළතම ස්ථායී වෘත්තාකාර කක්ෂය – ISCO – මතට එයි. එම අරය  $R_{\text{ISCO}} = 3R_{\text{Sch}}$ , where  $R_{\text{Sch}}$  is the Schwarzschild radius of the black hole. මගින් දෙනු ලැබේ. මෙය “epoch of merger” ලෙස ද හුන්වනු ලැබේ. මෙම අවස්ථාවේදී ගුරුත්ව තරංග වල විස්තරය උපරිම වන අතර සංඛ්‍යාතය (මෙය සෑම විටම කක්ෂීය සංඛ්‍යාතය මෙන් දෙගුණයකි.) ද උපරිම වේ. මෙම ගැටලුවේදී එක්වීමට පෙර අවස්ථා සලකන නිසා වලිතය පිලිබඳ කෙප්ලර් ගේ නියමයන් ගන්නා සඳහා යොදාගත හැක.

3

(T11.1) Consider the observed gravitational waves shown in the figure above. Estimate the time period,  $T_0$ , and hence calculate the frequency,  $f_0$ , of gravitational waves just before the epoch of merger.

ඉහත ප්‍රස්ථාරය හි ඇති නිරීක්ෂනය කල ගුරුත්ව තරංග මගින් epoch of merger ට මොහොතකට පෙර තරංග වල කාලාවර්තය  $T_0$ , සහ සංඛ්‍යාතය  $f_0$ , ගන්නා සඳහා කරන්න.

(T11.2) For any main sequence (MS) star, the radius of the star,  $R_{MS}$ , and its mass,  $M_{MS}$ , are related by a power law given as,

$$R_{MS} \propto (M_{MS})^\alpha$$

$$\text{where } \alpha = 0.8 \quad \text{for } M_\odot < M_{MS}$$

$$= 1.0 \quad \text{for } 0.08M_\odot \leq M_{MS} \leq M_\odot$$

If the central object were a main sequence star, write an expression for the maximum frequency of gravitational waves,  $f_{MS}$ , in terms of mass of the star in units of solar masses ( $M_{MS}/M_\odot$ ) and  $\alpha$ .

මැද ඇති වස්තුව ප්‍රධාන අනුක්‍රමයේ තරුවක් වන විට ගුරුත්ව තරංග වල උපරිම සංඛ්‍යාතය  $f_{MS}$ , සඳහා ප්‍රකාශයක් සූර්ය ස්කන්ධ ( $M_{MS}/M_\odot$ ) සහ  $\alpha$  ඇසුරින් ලබා ගන්න.

(T11.3) Using the above result, determine the appropriate value of  $\alpha$  that will give the maximum possible frequency of gravitational waves,  $f_{MS,max}$  for any main sequence star. Evaluate this frequency. 9

ඉහත ප්‍රතිඵලය යොදාගනිමින් ප්‍රධාන අනුක්‍රමයේ තරුවක් සඳහා ගුරුත්ව තරංග වල උපරිම සංඛ්‍යාතය  $f_{MS,max}$  දිය හැකි  $\alpha$  හි අසන්නතම අගය ගන්නය කරන්න. මෙම සංඛ්‍යාතය සේද ගන්නය කරන්න.

(T11.4) White dwarf (WD) stars have a maximum mass of  $1.44 M_\odot$  (known as the Chandrasekhar limit) and obey the mass-radius relation  $R \propto M^{-1/3}$ . The radius of a solar mass white dwarf is equal to 6000 km. Find the highest frequency of emitted gravitational waves,  $f_{WD,max}$ , if the test mass is orbiting a white dwarf. 8

(T11.5) Neutron stars (NS) are a peculiar type of compact objects which have masses between 1 and  $3M_\odot$  and radii in the range 10 – 15 km. Find the range of frequencies of emitted gravitational waves,  $f_{NS,min}$  and  $f_{NS,max}$ , if the test mass is orbiting a neutron star at a distance close to the neutron star radius. 8

(T11.6) If the test mass is orbiting a black hole (BH), write the expression for the frequency of emitted gravitational waves,  $f_{BH}$ , in terms of mass of the black hole,  $M_{BH}$ , and the solar mass  $M_\odot$ . 7

(T11.7) Based only on the time period (or frequency) of gravitational waves before the epoch of merger, determine whether the central object can be a main sequence star (MS), a white dwarf (WD), a neutron star (NS), or a black hole (BH). Tick the correct option in the Summary Answersheet. Estimate the mass of this object,  $M_{obj}$ , in units of  $M_\odot$ . 5

**(T12) Exoplanets**

බහිර්ග්‍රහ නිරක්ෂණයේදී බහුලව යොදාගන්නා ඔබ දන්නා ක්‍රම දෙකක් පිළිබඳ විස්තර මතක වීමට පහත දක්වා අති අතර විස්තර අවසානයේදී ප්‍රස්ත ඇරවේ.

Two major methods of detection of exoplanets (planets around stars other than the Sun) are the radial velocity (or so-called “wobble”) method and the transit method. In this problem, we find out how a combination of the results of these two methods can reveal a lot of information about an orbiting exoplanet and its host star.

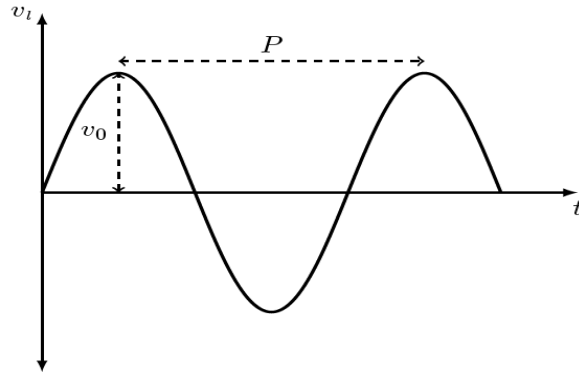
Throughout this problem, we consider the case of a planet of mass  $M_p$  and radius  $R_p$  moving in a circular orbit of radius  $a$  around a star of mass  $M_s$  ( $M_s \gg M_p$ ) and radius  $R_s$ . The normal to the orbital plane of the planet is inclined at angle  $i$  with respect to the line of sight ( $i = 90^\circ$  would mean “edge on” orbit). We assume that there is no other planet orbiting the star and  $R_s \ll a$ .

**“Wobble” Method:**

When a planet and a star orbit each other around their barycentre, the star is seen to move slightly, or “wobble”, since the centre of mass of the star is not coincident with the barycentre of the star-planet system. As a result, the light received from the star undergoes a small Doppler shift related to the velocity of this wobble.



The line of sight velocity,  $v_l$ , of the star can be determined from the Doppler shift of a known spectral line, and its periodic variation with time,  $t$ , is shown in the schematic diagram below. In the diagram, the two measurable quantities in this method, namely, the orbital period  $P$  and maximum line of sight velocity  $v_0$  are shown.



(T12.1) Derive expressions for the orbital radius ( $a$ ) and orbital speed ( $v_p$ ) of the planet in terms of  $M_s$  and  $P$ . 3

ଗ୍ରହଯାତ୍ରେ କକ୍ଷକ୍ଷେତ୍ର ଅର୍ଦ୍ଧ (a) ଓ କକ୍ଷକ୍ଷେତ୍ର ବେଗ ( $v_p$ ) ଇତ୍ୟାଦି ପ୍ରକାରେ  $M_s$  ଓ  $P$  ଉପରେ ନିର୍ଭର କରନ୍ତୁ।

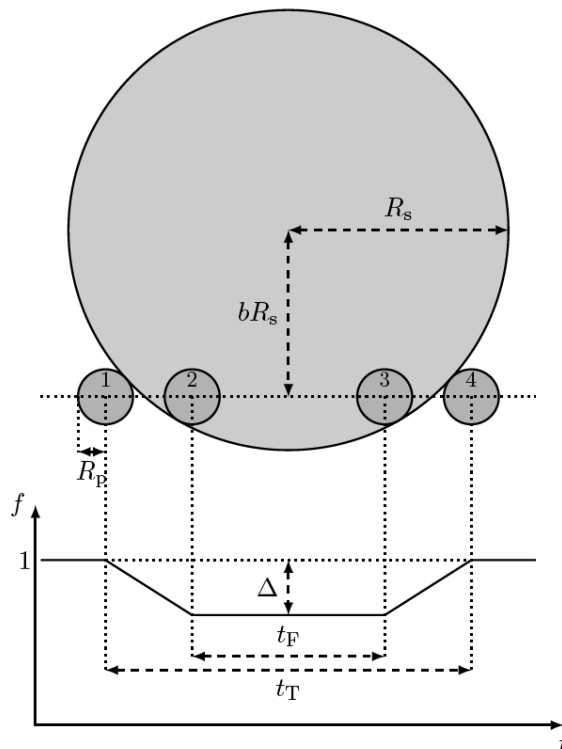
(T12.2) Obtain a lower limit on the mass of the planet,  $M_{p,\min}$  in terms of  $M_s$ ,  $v_0$  and  $v_p$ . 4

ଗ୍ରହଯାତ୍ରେ ଖଗୋଳଗଣନାରେ  $M_{p,\min}$  ଉପରେ ନିର୍ଭର କରନ୍ତୁ  $M_s$ ,  $v_0$  ଓ  $v_p$  ଉପରେ ନିର୍ଭର କରନ୍ତୁ।

**Transit Method:**

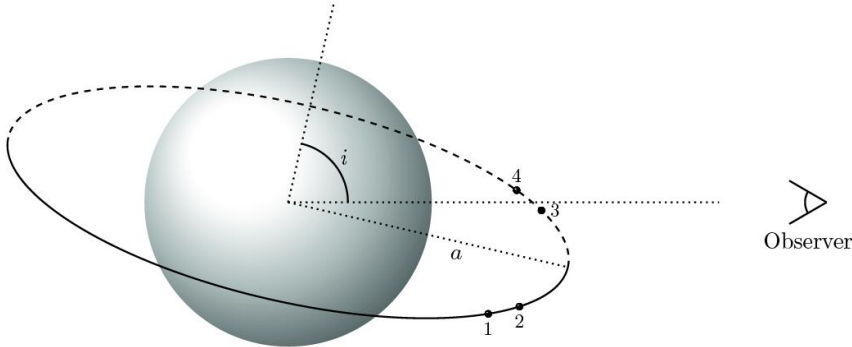
As a planet orbits its host star, for orientations of the orbital plane that are close to “edge-on” ( $i \approx 90^\circ$ ), it will pass periodically, or “transit”, in front of the stellar disc as seen by the observer. This would cause a tiny decrease in the observed stellar flux which can be measured. The schematic diagram below (NOT drawn to scale) shows the situation from the observer's perspective and the resulting transit light curve (normalised flux,  $f$ , vs time,  $t$ ) for a uniformly bright stellar disc.

If the inclination angle  $i$  is exactly  $90^\circ$ , the planet would be seen to cross the stellar disc along a diameter. For other values of  $i$ , the transit occurs along a chord, whose centre lies at a distance  $bR_s$  from the centre



of the stellar disc, as shown. The no-transit flux is normalised to 1 and the maximum dip during the transit is given by  $\Delta$ .

The four significant points in the transit are the first, second, third and fourth contacts, marked by the positions 1 to 4, respectively, in the figure above. The time interval during the second and third contacts is denoted as  $t_F$ , when the disc of the planet overlaps the stellar disc fully. The time interval between the first and fourth contacts is denoted by  $t_T$ . These points are also marked in the schematic diagram below showing a “side-on” view of the orbit (NOT drawn to scale).



The measurable quantities in the transit method are  $P$ ,  $t_T$ ,  $t_F$  and  $\Delta$ .

සංක්‍රමණ ක්‍රමයේදී මැනිය හැකි අගයන් වනුයේ  $P$ ,  $t_T$ ,  $t_F$  සහ  $\Delta$  වේ.

(T12.3) Find the constraint on  $i$  in terms of  $R_S$  and  $a$  for the transit to be visible at all to the distant observer. 2

දුර සිටින නිරීක්ෂකයාට සංක්‍රාන්තිය දිස්වීමට නම්  $i$  සඳහා වන සීමා  $R_S$  සහ  $a$  ඇසුරින් සොයා දක්වන්න.

(T12.4) Express  $\Delta$  in terms of  $R_S$  and  $R_P$ . 1

(T12.5) Express  $t_T$  and  $t_F$  in terms of  $R_S$ ,  $R_P$ ,  $a$ ,  $P$  and  $b$ . 8

(T12.6) In the approximation of an orbit much larger than the stellar radius, show that the parameter  $b$  is given by 5

තරුකාවේ අරයට වඩා බෙහෙවින් ම වැඩි කක්ෂයක් සඳහා  $b$  හි අගය අසන්න වශයෙන් පහත ඇසුරින් දිය හැකි බව පෙන්වන්න.

$$b = \left[ 1 + \Delta - 2\sqrt{\Delta} \frac{1 + \left(\frac{t_F}{t_T}\right)^2}{1 - \left(\frac{t_F}{t_T}\right)^2} \right]^{1/2}$$

(T12.7) Use the result of part (T12.6) to obtain an expression for the ratio  $a/R_S$  in terms of measurable transit parameters, using a suitable approximation. 3

සුදුසු ආසන්න කිරීමක් යොදාගනිමින් ඉහත 12.6 හි පිළිතුර උපයෝගී කොටගෙන  $a/R_S$  අනුපාතය සඳහා ප්‍රකාශයක් මැනිය හැකි සංක්‍රාන්ති පරාමිතියන් යොදා ලබන්න.

(T12.8) Combine the results of the wobble method and the transit method to determine the stellar mean density  $\rho_S \equiv \frac{M_S}{4\pi R_S^3/3}$  in terms of  $t_T$ ,  $t_F$ ,  $\Delta$  and  $P$ . 6

දෝලන ක්‍රමය සහ සංක්‍රාන්ති ක්‍රමය පිළිතුරු එකතුකර තරුවේ මධ්‍යන්‍ය ඝනත්වය  $\rho_S \equiv \frac{M_S}{4\pi R_S^3/3}$  පරාමිතීන් වන  $t_T$ ,  $t_F$ ,  $\Delta$  සහ  $P$  ඇසුරින් ගන්නය කරන්න.

**Rocky or gaseous:**

Let us consider an edge-on ( $i = 90^\circ$ ) star-planet system (circular orbit for the planet), as seen from the Earth. It is known that the host star is of mass  $1.00M_\odot$ . Transits are observed with a period ( $P$ ) of 50.0 days and total transit duration ( $t_T$ ) of 1.00 hour. The transit depth ( $\Delta$ ) is 0.0064. The same system is also observed in the wobble method to have a maximum line of sight velocity of  $0.400 \text{ ms}^{-1}$ .

(T12.9) Find the orbital radius  $a$  of the planet in units of AU and in metres.  
 නක්ෂත්‍ර ඒකක වලින් සහ මීටර වලින් ග්‍රහයාගේ කක්ෂයේ අරය සොයා දක්වන්න.

(T12.10) Find the ratio  $t_F/t_T$  of the system. 2  
 පද්ධතිය සඳහා  $t_F/t_T$  අනුපාතය සොයන්න.

(T12.11) Obtain the mass  $M_p$  and radius  $R_p$  of the planet in terms of the mass ( $M_\oplus$ ) and radius ( $R_\oplus$ ) of the Earth respectively. Is the composition of the planet likely to be rocky or gaseous? Tick the box for ROCKY or GASEOUS in the Summary Answersheet. 8  
 ග්‍රහයාගේ ස්කන්ධය  $M_p$  සහ අරය  $R_p$  පෘථිවි ස්කන්ධයේ ( $M_\oplus$ ) සහ අරයේ ( $R_\oplus$ ) ප්‍රමාණයන්ගෙන් ලබාගන්න. ග්‍රහයාගේ සංයුතිය වියහැක්කේ පාෂාණමය ද නැතහොත් වායුමය ද? සන්ෂික්ෂිත පිලතුරු පත්‍රයේ අදාළ කොටුව ඉදිරියේ (ROCKY or GASEOUS) හරි ලකුණ සලකුණු ඔට ඔබගේ පිළිතුර සපයන්න.

**Transit light curves with starspots and limb darkening:**

(T12.12) Consider a planetary transit with  $i = 90^\circ$  around a star which has a starspot on its equator, comparable to the size of the planet,  $R_p$ . The rotation period of the star is  $2P$ . Draw schematic diagrams of the transit light curve for five successive transits of the planet (in the templates provided in the Summary Answersheet). The no-transit flux for each transit may be normalized to unity independently. Assume that the planet does not encounter the starspot on the first transit but does in the second. 4

නිරක්ෂය උඩ නිරුල්පයක් වැනි තරුලපයක් (ප්‍රමාණය ග්‍රහයාට ,  $R_p$  ට සමාන ) පිහිට ඇති තරුවක් වටා වන  $i = 90^\circ$  වන ග්‍රහ සංක්‍රන්තියක් සලකන්න. තරුවේ භ්‍රමණ වේගය  $2P$ . ග්‍රහයා විසින් තරුව මතිං යන පිටපිට සංක්‍රාන්ති 5 ක ආලෝක නිව්‍රතා වක්‍ර (transit light curve) පහක දළ ප්‍රස්ථාර සටහන් දී ඇති සන්ෂික්ෂිත පිලතුරු පත්‍රිකාවල කුඩාවට අඳින්න. පළමු සංක්‍රන්තියයේ දී ග්‍රහයාට තරුලපය හමු නොවන අතර දෙවනේදී හමුවේ.

(T12.13) Throughout the problem we have considered a uniformly bright stellar disc. However, real stellar discs have limb darkening. Draw a schematic transit light curve when limb darkening is present in the host star. 2

මෙම ගැටලුව පුරාම ඒකාකාරී ලෙස දීප්තිමත් වූ තාරිය තැටියක් සලකන ලදී. එහෙත් තාරිය තැටි වල වාටි අදුරුවීම දැකිය හැකිය. තාරුවේ වාටි අදුරුවීම සැලකිල්ලට ගෙන ග්‍රහයා සංක්‍රමණය වීමේදී ඇති වශයෙන් ම දැකිය හැකි ආලෝක ශ්‍රාවයේ දළප්‍රස්ථාරයක් (light curve) ඇඳ දක්වන්න.