

(T1) **Õige või vale**

Otsustage kas järgnevad väited on õiged või valed. Märkige linnukesega vastustelehele (Summary Answersheet) õige vastus, märgistades õige kasti (ÕIGE/VALE) (TRUE / FALSE) iga väite kohta. Vastuseid ei pea põhjendama..

- (T1.1) Kui selge taevaga täiskuu ööl tehtaks piisavalt pika säriajaga pilti, siis muutuks taevas pildil siniseks nagu päeval. 2
- (T1.2) Bhubaneswaris olev astronoom märgib iga päev aasta jooksul kell 5:00 UT Päikese asukoha taevas. Kui Maa pöörlemistelg oleks tiirlemistasandiga risti, siis asuksid need asukohad suuringi kaarel. 2
- (T1.3) Kui ühe kindla, ekliptika tasandil tiirleva, Päikesesüsteemi väikekeha orbitaalperiood on väiksem kui Uraanil, siis ta orbiit peab täielikult olema Uraani orbiidist seespool. 2
- (T1.4) Päikesesüsteemi massikese on kogu aeg Päikese sees. 2
- (T1.5) Footon liigub ringi tühjas ruumis. Kui Universum paisub, siis footoni impulss väheneb. 2

(T2) **Titaani gaasid**

Planeedi atmosfääris olevate gaasimolekulide kiirused on jaotunud laias vahemikus. Kui ühe kindla gaasi molekulide termiline kiirus (r.m.s. – ruutkeskmise kiirus) ületab $1/6$ paakiirusest, siis lahkub enamik gaasi molekulidest planeedi atmosfäärist. Milline on ideaalse monoatomaarse gaasi vähim aatommass (suhteline aatomi mass), A_{\min} , mille korral ta jääks Titaani atmosfääri? 10

Teile on antud: Titaani mass $M_T = 1.23 \times 10^{23}$ kg, Titaani raadius $R_T = 2575$ km, Titaani pinnatemperatuur $T_T = 93.7$ K.

(T3) **Varajane Universum**

Kosmoloogilistest mudelitest lähtuvalt on kiirguse energiatihedus ρ_r Universumis proportsionaalne $(1+z)^4$, ja aine energiatihedus ρ_m on proportsionaalne $(1+z)^3$, kus z on punanihe. Dimensioonitu tihedusparameeter Ω on antud kui $\Omega = \rho/\rho_c$, kus ρ_c Universumi kriitiline tihedus. Praeguses Universumis on kiirgusele ja ainele vastavad tihedusparameetrid vastavalt $\Omega_{r_0} = 10^{-4}$ ja $\Omega_{m_0} = 0.3$.

- (T3.1) Leidke punanihe z_e , mille ajal kiirguse ja aine energiatihedused olid võrdsed. 3
- (T3.2) Eeldades et varajasest Universumist pärit kiirgusel on 2.732 K temperatuuriga absoluutselt musta keha kiirguse spektrijaotus, hinnake punanihkele z_e vastavat kiirguse temperatuuri T_e . 4
- (T3.3) Hinnake footoni energiat E_ν (elektronvoltides [eV]), mis vastab kiirgusele punanihkel z_e . 3

(T4) **Varjud**

Põhjapoolkeral asuv vaatleja märkas, et vertikaalse 1.000 meetri pikkuse posti lühima varju pikkus oli ühel päeval 1.732 m. Samal päeval mõõtis vaatleja pikima varju pikkuseks 5.671 m. Leidke vaatleja laiuskraad ϕ ja Päikese kääne δ_\odot sellel päeval. Võite eeldada, et Päike on punktvalgusallikas ja atmosfääri refraktsiooni võib ignoreerida. 10

(T5) **Triiv läbi GMRT vaatevälja**

Hiiglaslik Meeterlaine Raadioteleskoop (*Giant Metrewave Radio Telescope* – GMRT), üks maailma suurimatest raadioteleskoopidest meeterlainete jaoks, asub Lääne-Indias (laiuskraad: $19^\circ 6' N$, pikkuskraad: $74^\circ 3' E$). GMRT koosneb 30-st paraboolantennist, igaühe diameeter on 45.0 m. Üks GMRT antennidest fikseeriti asendisse, kus tema seniitkaugus taevameridiaani põhjapoolses osas on $39^\circ 42'$. Taevameridiaani läbiv punktraadioallikas läbib meridiaani ületamise ajal raadioteleskoobi kiirtekimbu terve diameeteri. 10

Milline on vaatevälja läbimise aeg T_{transit} , mille jooksul objekt on raadioteleskoobi kiirtekimbu poollaiuse (FWHM – *Full Width at Half Maximum*) sees, kui GMRT vaatleb sagedusel 200 MHz?

Vihje: Raadioteleskoobi kiirtekimbu poollaius mingil sagedusel on võrdne teleskoobi nurklahutusega. Eeldage kimbu ühtlast valgustatust.

(T6) **Tsefeidi pulsatsioonid**

Täht β -Doradus on tsefeidi-tüüpi muutlik täht pulseerimisperioodiga 9.84 päeva. Teeme lihtsustava eelduse, et täht on kõige heledam siis, kui ta on kõige rohkem kokku tõmbunud (raadius on R_1) ja on kõige nõrgem, kui ta on maksimaalselt paisunud (raadius on R_2). Eeldagem lihtsuse mõttes, et täht säilitab igal ajamomendil – kogu pulseerimistsükli jooksul – oma sfäärilise kuju ja käitub nagu ideaalne absoluutselt must keha. Tähe bolomeetriline heledus muutub vahemikus 3.46 kuni 4.08 tähesuurst. Doppleri nihke mõõtmistest teame, et pulseerimise ajal tähe pind tõmbub kokku või paisub keskmise kiirusega 12.8 km s^{-1} . Pulseerimisperioodi kestel muutub tähe termilise (temperatuurile vastava) kiirguse maksimum lainepikkuste vahemikus 531.0 nm kuni 649.1 nm.

(T6.1) Leidke tähe maksimaalselt kokkutõmbunud ja paisunud olekutele vastavate raadiuste suhe (R_1/R_2). 7

(T6.2) Leidke tähe raadius (meetrites) tema maksimaalselt kokkutõmbunud ja paisunud olekus (R_1 ja R_2). 3

(T6.3) Leidke tähe kiirgusvoog F_2 , kui täht on maksimaalselt paisunud olekus. 5

(T6.4) Leidke tähe kaugus D_{star} parsekites. 5

(T7) **Teleskoobi optika**

Olgu meil ideaalne refraktortelekoop fokaalsuhtega $f/5$, mille objektiivi fookuskaugus on 100 cm ja okulaari fookuskaugus on 1 cm.

(T7.1) Milline on teleskoobi nurksuurendus m_0 ? Milline on teleskoobi pikkus L_0 , ehk kaugus objektiivi ja okulaari vahel? 4

Nõgusa lääts (Barlow lääts) lisamine objektiivi ja peafookuse vahele on tavapärane viis tõsta teleskoobi suurendust ilma teleskoobi pikkust oluliselt suurendamata. Selleks et tõsta teleskoobi suurendust kaks korda pannakse teleskoobi objektiivi ja okulaari vahele Barlow lääts fookuskaugusega 1 cm.

(T7.2) Millisele kaugusele peafookusest, d_B , tuleb asetada Barlow lääts, et saada soovitud kahekordne suurendus? 6

(T7.3) Kui palju kasvab, ΔL , teleskoobi pikkus? 4

Olgu meil nüüd teleskoop samasuguse objektiiviga ja CCD-detektoriga peafookuses (ilma Barlow lääts või okulaarita). CCD-detektori pikslite suurus on 10 μm .

(T7.4) Milline on kahe tähe kujutiste tsentroidide vaheline kaugus pikslites n_p CCD-detektoril, kui nende tähtede vaheline kaugus taevas on $20''$? 6

(T8) **U-filtri fotomeetria**

Tähe näiv tähesuurus U-filtris on $m_U = 15.0$. U-riba filter on ideaalne, s.t. et sellel on perfektne läbilaskvus (100%) filtri ribas ja väljaspool riba on filter täielikult läbipaistmatu (läbilaskvus 0%). Filter on tsentreeritud lainepikkusele 360 nm ja läbilaskeriba laius on 80 nm. Eeldame, et tähe energijaotus spektris on ühtlane kõigil sagedustel. Teisendus tähe suvalise filtririba tähesuuruse m ja kiirgusvoo tiheduse f , janskites ($1 \text{ Jy} = 1 \times 10^{-26} \text{ W Hz}^{-1} \text{ m}^{-2}$) vahel on defineeritud kui:

$$f = 3631 \times 10^{-0.4m} \text{ Jy}$$

(T8.1) Ligikaudu kui palju U-riba footoneid, N_0 , saabub sellelt tähelt Maa atmosfääri kohal 1 m^2 suurusele footonite liikumissuunaga risti olevale pinnale igas sekundis? 8

Seda tähte vaadeldakse U-ribas maapinnal asuva teleskoobiga, mille peapeegli läbimõõt on 2.0 m. Neeldumine atmosfääris on U-ribas 50%. Võite eeldada, et tähekujutise suurus on määratud difraktsioonkujutise suurusega. Öötaeva keskmine pindheledus U-ribas mõõdeti olevat 22.0 mag/kaaresekund².

(T8.2) Milline on ringikujulises $2''$ läbimõõduga apertuuris tehtud mõõtmiste suhe R , mis on võrdne ühes sekundis tähelt saabunud footonite arvu ja samal ajal taevafoonilt saabunud footonite arvu jagatise? 8

(T8.3) Tegelikult detekteeritakse vaid 20% peapeeglile jõudnud U-riba footonitest. Kui palju tähelt tulevaid footoneid, N_t , registreeritakse igas sekundis? 4

(T9) Mars Orbiter-i Missioon

5. novembril 2013. a startis India kanderaketil (*Polar Satellite Launch Vehicle* -PSLV) India *Mars Orbiter*-i Missioon (MOM). MOMi tühimass (mass ilma kütuseta) oli 500 kg ja tal oli pardal ka 852 kg kütust. Algselt lennutati satelliit orbiidile ümber Maa, orbiidi perigee kõrgus oli 264.1 km ja apogee kõrgus 23903.6 km (mõõdetuna Maa pinnalt). Peale seda kui tema orbiiti tõsteti kuus korda, suunati MOM trans-Marsi tiirlemisorbiidile (Hohmanni orbiidile).

Esimesel orbiidi tõstmisel lülitati mootorid sisse väga lühikeseks ajaks siis, kui MOM oli perigee lähedal. Mootorid kiirendasid satelliiti, muutes tema orbiiti, kuid samas jättes muutmata nii orbiidi tasandi kui ka perigee kõrguse. See andis satelliidile täiendava lisaimpulsu $1.73 \times 10^5 \text{ kg m s}^{-1}$. Massi muutu kütuse hulga vähenemise tõttu võib mitte arvesse võtta.

(T9.1) Leidke Maa pinnalt mõõdetuna satelliidi orbiidi uus apogee kõrgus h_a . 14

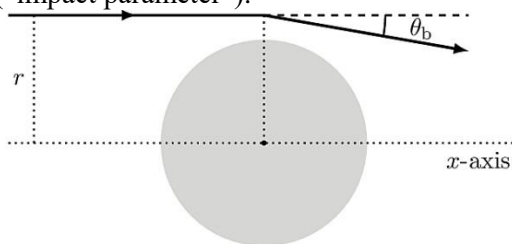
(T9.2) Leidke MOMi uue orbiidi ekstsentrilisus (e) ja uus orbiidi periood (P) mõõdetuna tundides. 6

(T10) Gravitatsiooniläätse teleskoop

Einsteini Üldrelatiivsusteooria ennustab et raskete kehade ümber muudab valgus oma liikumissuunda. Lihtsuse huvides me eeldame, et valguse murdumine toimub ühes kindlas punktis nagu näidatud alloleval joonisel. Iga valguskiire jaoks on siis defineeritud murdumisnurk θ_b , mis antud kui:

$$\theta_b = \frac{2R_{Sch}}{r}$$

kus R_{Sch} on valgust murdvale kehale vastav Schwarzschildi raadius. Tähistame r -iga kaugust, mis vastab valguskiire trajektoori ja temaga paralleelse x -telje (x -axis) vahelisele kaugusele ja nimetame seda suurust "pörkeparameetrik" ("impact parameter").



Seetõttu käitub raske keha nagu fookuseeriv lääts. Lõpmatult kaugelt tulevad valguskiired, millel on sama pörkeparameeter r , saavad kokku kaugusel f_r mõõdetuna massivse keha tsentrist. Selles punktis asuva vaatleja jaoks on gravitatsioonilise fookuseerimise tulemusena kaugel keha signaal oluliselt tugevam. Sel juhul kasutame massiivset keha kui gravitatsiooniläätse teleskoopi, mis võimendab meile kaugelid signaale.

(T10.1) Uurime juhtu, kus Päike on Gravitatsiooniläätse teleskoop. Leidke vähim kaugus f_{min} Päikesest keskpunktist (avaldades vastuse AÜ-des), kus valguskiiri saab fookuseerida. 6

(T10.2) Uurime väikest ringikujulist detektorit, mille raadius on a ja mis on asetatud x -teljele temaga ristuvale tasandile ning paikneb Päikesest kaugusel f_{min} . Pange tähele, et detektorile jõuavad ainult kiired mis läbivad Päikesest ümber olevat rõngast laiusel h (kus $h \ll R_{\odot}$). Detektori võimendustegur on defineeritud kui valguse intensiivsuse jagatis juhtudel, kus läätsena käituv Päike suurendab signaali võrreldes olukorraga kus signaal tuleks otse detektorile. 8

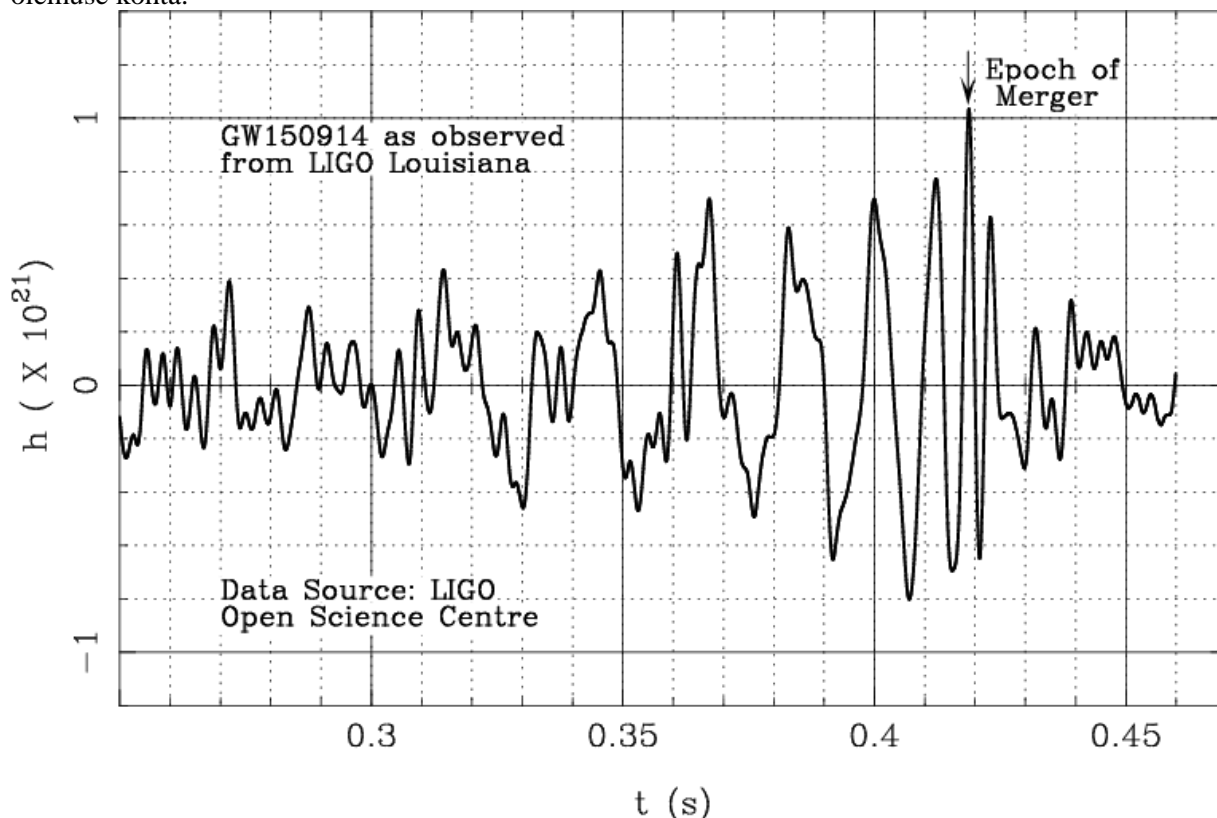
Avaldage vastuvõtja võimendustegur A_m , sõltuvana R_{\odot} -ist ja a -st.

(T10.3) Analüüsige sfäärilise massijaotuse juhtu, nagu näiteks tumedal ainel galaktikate parves, mida valguskiired saavad läbida ja kus samal ajal toimub ka nende kiirte murdumine. Lihtsuse huvides võib eeldada, et pörkeparameetri r korral tuleb arvestada ainult massi $M(r)$ mis jääb raadiusest r sissepoole. 6

Millise massijaotuse $M(r)$ korral käitukuks gravitatsiooniläätse ideaalse kumerläätsena?

(T11) **Gravitatsioonilained**

Esimest gravitatsioonilainete signaali vaadeldi kahe LIGO detektoriga Hanfordist ja Livingstonist USA-s 2015. aasta septembris. Üks neist mõõtmistest (väljavenimine vs aeg sekundites) on toodud juuresoleval joonisel. Käesolevas ülesandes interpreteerime seda signaali, kui väikese testkeha, massiga m , tiirlemist ümber suure massiga keha, mille mass on M (s.t. $m \ll M$), käsitledes erinevaid mudeleid keskse keha olemuse kohta.



Testkeha kaotab gravitatsioonilainete kiirgamise tõttu energiat. Seetõttu tõmbub testkeha orbiit järjest enam kokku, kuni testkeha jõuab tsentraalse objekti pinnale. Musta augu korral aga sisemise stabiilse ringorbiidini (*innermost stable circular orbit - ISCO*), mis on defineeritud kui $R_{ISCO} = 3R_{Sch}$, kus R_{Sch} on musta augu Schwarzschildi raadius. Seda hetke nimetatakse ühinemise momendiks. Sellel momendil on nii gravitatsioonilainete amplituud kui ka sagedus maksimaalne ning viimane vastab alati kahekordsele orbitaalsele sagedusele. Käesolevas ülesandes keskendume gravitatsioonilainetele ainult enne ühinemist, siis võib eeldada, et Kepleri seadused kehtivad. Peale kehade ühinemist muutub gravitatsioonilainete kuju drastiliselt.

(T11.1) Hinnake eeltoodud joonise põhjal vaadeldud gravitatsioonilaine ajalist perioodi, T_0 , ja sagedust, f_0 , vahetult enne ühinemise momenti. 3

(T11.2) Kõigi peajada tähtede (MS) korral on tähe raadiuse, R_{MS} , ja massi, M_{MS} , vaheline seos kirjeldatav alljärgnevalt toodud astmeseadusega, 10

$$R_{MS} \propto (M_{MS})^\alpha$$

$$\text{kus } \alpha = \begin{cases} 0.8 & \text{for } M_\odot < M_{MS} \\ 1.0 & \text{for } 0.08M_\odot \leq M_{MS} \leq M_\odot \end{cases}$$

Kui keskne objekt oleks peajada täht, leidke avaldis gravitatsioonilainete maksimaalse sageduse jaoks, f_{MS} , sõltuvalt tähe massist Päikese massi ühikutes (M_{MS}/M_\odot) ja astendajast α .

(T11.3) Kasutades eelmist tulemust, määrake astendaja α sobiv väärtus, mis annaks gravitatsioonilainete maksimaalse sageduse, $f_{MS,max}$ selle jaoks sobivaima peajada tähe jaoks. Hinnake seda sagedust. 9

- (T11.4) Valgete kääbuste (WD) maksimaalne mass on $1.44 M_{\odot}$ (tuntud kui Chandrasekhari piirmass) ja nende puhul järgib raadiuse ja massi vaheline seos seaduspära $R \propto M^{-1/3}$. Päikese massiga valge kääbuse raadius on võrdne 6000 kilomeetriga. Leidke kiiratud gravitatsioonilainete maksimaalne sagedus, $f_{WD,max}$, kui testkeha tiirleb ümber valge kääbuse. 8
- (T11.5) Neutrontähed (NS) on ebatavalist tüüpi kompaktsed objektid, mille massid jäävad $1...3 M_{\odot}$ ja raadiused $10 - 15$ km vahemikku. Leidke kiiratud gravitatsioonilainete sageduste vahemik, $f_{NS,min}$ ja $f_{NS,max}$, kui testkeha tiirleb ümber neutrontähe selle raadiuse lähedal. 8
- (T11.6) Leidke avaldis kiiratud gravitatsioonilainete sageduse, f_{BH} jaoks, kui testkeha tiirleb ümber musta augu (BH), sõltuvana musta augu massist M_{BH} Päikese massi [M_{\odot}] ühikutes. 7
- (T11.7) Lähtudes ainult gravitatsioonilainete ühinemise momendi eelsest ajalisest perioodist (või sagedusest), leidke kas keskne objekt võib olla peajadatäht (MS), valge kääbus (WD), neutrontäht (NS) või must auk (BH). Märgistage õige valiks vastuste lehel (Summary Answersheet). Hinnake selle objekti massi, M_{obj} , Päikese massi ühikutes M_{\odot} . 5

(T12) Eksoplaneedid

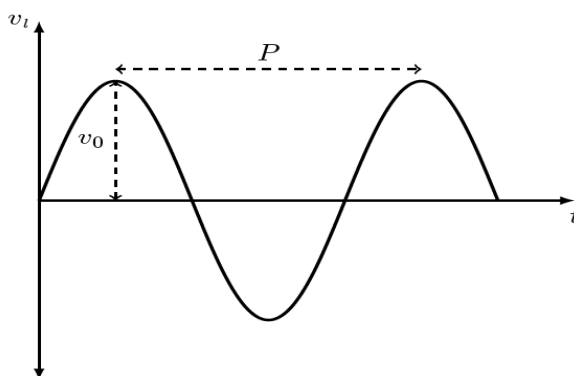
Kaks olulisemat eksoplaneetide (teiste tähtede ümber tiirlevate planeetide) avastamise meetodit on radiaalkiiruste meetod (või n.ö. “võnkumise meetod”) ja ülemineku (transiidi) meetod. Selles ülesandes leiame, kuidas nende kahe meetodi kombinatsioon võib anda väga palju infot tiirleva eksoplaneedi ja tema ematähe kohta.

Selles ülesandes käsitleme läbivalt juhtumit, kus planeet massiga M_p ja raadiusega R_p liigub ringikujulisel orbiidil raadiusega a ümber tähe massiga M_s ($M_s \gg M_p$) ja raadiusega R_s . Planeedi orbiidi tasandi normaali kalle vaatekiire sihis on i ($i = 90^\circ$ tähendab, et näeme orbiiti serviti). Eeldame, et ümber ematähe ei tiirle rohkem planeete ja $R_s \ll a$.

„Võnkumise“ meetod:

Kui planeet ja täht tiirlevad ümber ühise masskeskme, siis paistab täht vaatlejale veidikene liikuvat või “võnkuvat”, kuna tähe massikese ei lange kokku tähe-planeedi süsteemi masskeskme. Selle tulemusel on tähelt tulevas valguses mõõdetav väike Doppleri nihe, mis vastab tähe võnkumise kiirusele.

Tähe vaatekiiresihiline kiirust v_l saab määrata tuntud spektrijoone Doppleri nihkest. Kiiruse perioodiline muutus ajas t on näidatud alloleval joonisel. Diagrammil on näidatud kahte selle meetodi abil mõõdetavat suurust: orbitaalperioodi P ja maksimaalset vaatekiiresihelist kiirust v_0 .



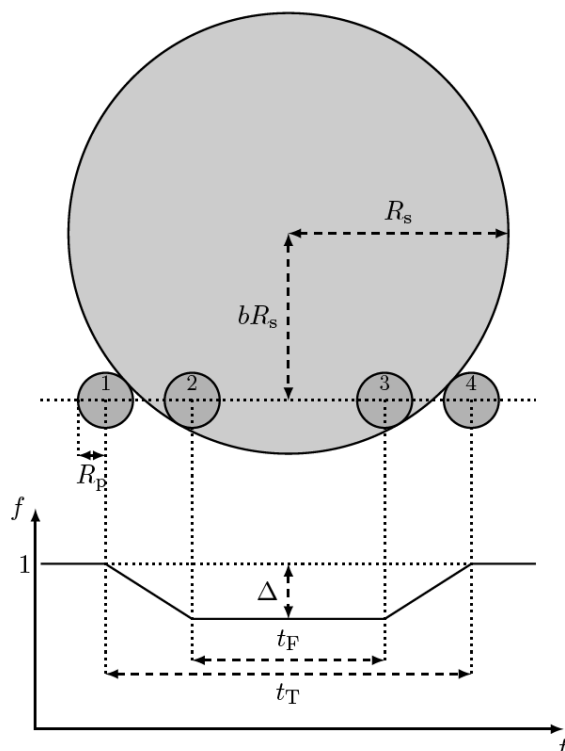
- (T12.1) Avaldage planeedi orbiidi raadius (a) ja orbitaalkiirus (v_p) muutujate M_s ja P kaudu. 3
- (T12.2) Avaldage planeedi massi alumine piir $M_{p,min}$ sõltuvana M_s , v_0 ja v_p -st. 4

Ülemineku (transiidi) meethod:

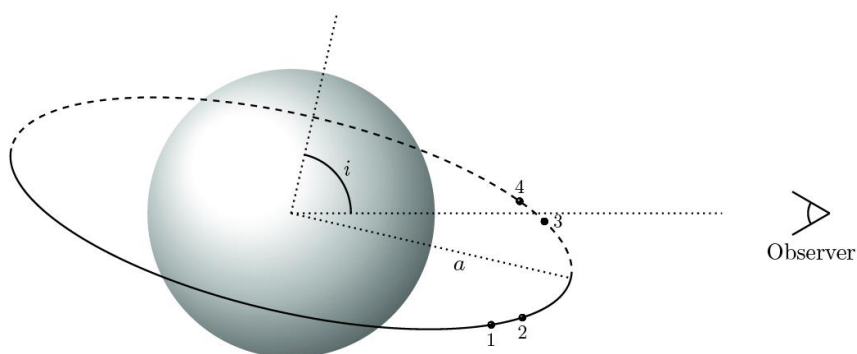
Kui planeet tiirleb ümber oma ematähe, siis selliste orbiidi tasandi asendite korral, mil tasand on ligilähedaselt servalt nähtav ($i \approx 90^\circ$), liigub planeet perioodiliselt - “läheb üle” - vaatlejale nähtava täheketta eest läbi. Üleminek põhjustab tähe valguse väga väikest vähenemist, mida saab mõõta. Järgnev

joonis (EI OLE joonistatud skaalas) näitab sündmust vaatleja vaatepunktist ning ülemineku tulemusel tekkivat heleduskõverat (normaliseeritud voog f vs aeg t) ühtlase heledusega täheketta jaoks.

Kui kaldenurk i on täpselt 90° , siis planeet näib liikuvat üle täheketta piki diameetrit. Teiste i väärtuste korral toimub üleminek piki kõõlu, mille keskpunkt asub kaugusel bR_s täheketta keskpunktist nagu joonisel näidatud. Üleminekuväline tähe voog on normaliseeritud ja valguse maksimaalne kahanemine ülemineku ajal on antud kui Δ .



Ülemineku neli olulist hetke on esimene, teine, kolmas ja neljas kontakt, märgitud üleval oleval joonisel vastavalt positsioonidega 1...4. Ajavahemik 2. ja 3. kontakti vahel on märgitud kui t_F , sellel ajal on planeet täielikult täheketta taustal. Ajavahemik esimese ja neljanda kontakti vahel on tähistatud kui t_T . Nimetatud neli kontaktide punkti on märgitud ka alloleval joonisel, mis näitab orbiidi vaadet “küljelt” (EI OLE joonistatud skaalas).



Ülemineku meetodi mõõdetavad suurused on P , t_T , t_F ja Δ .

(T12.3) Avaldage kaldenurga i piirid funktsioonina R_s ja a -st, juhtudeks et üleminek oleks kaugel vaatleja jaoks üleüldse nähtav. 2

(T12.4) Avaldage Δ funktsioonina R_s -ist ja R_p -st. 1

(T12.5) Avaldage t_T ja t_F suuruste R_s , R_p , a , P ja b kaudu. 8

- (T12.6) Lähenduses et planeedi orbiidi raadius on oluliselt suurem tähe raadiusest, näidake, et parameeter b on avaldatav seosega: 5

$$b = \left[1 + \Delta - 2\sqrt{\Delta} \frac{1 + \left(\frac{t_F}{t_T}\right)^2}{1 - \left(\frac{t_F}{t_T}\right)^2} \right]^{1/2}$$

- (T12.7) Kasutage tulemust punktist T12.6, et saada avaldis suhte a/R_s jaoks planeedi ülemineku mõõdetavate parameetrite ühikutes, kasutades sobivat lähendust. 3

- (T12.8) Kombineerige võnkumismeetodi ja üleminekumeetodi tulemusi, et määrata tähe keskmine tihedus $\rho_s \equiv \frac{M_s}{4\pi R_s^3/3}$ kasutades t_T , t_F , Δ ja P -d. 6

Kivine või gaasiline:

Uurime serviti ($i = 90^\circ$) paistvat täht-planeet süsteemi (planeedi orbiit on ringorbiit), nii nagu see paistaks Maalt. Ematähe mass on $1.00M_\odot$. Üleminekud toimuvad perioodiga (P) 50 päeva ja ülemineku kogukestus (t_T) on 1.00 tund. Ülemineku ajal on maksimaalne heleduse kahanemine (Δ) 0.0064. Samal süsteemil mõõdeti võnkumismeetodiga vaatekiiresuunaliseks maksimaalseks joonkiiruseks 0.400 ms^{-1} .

- (T12.9) Leidke planeedi orbiidi raadius a nii astronoomilistes ühikutes [AÜ] kui ka meetrites [m]. 2

- (T12.10) Leidke süsteemile vastav suhe t_F/t_T . 2

- (T12.11) Arvutage planeedi mass M_p (Maa massi ühikutes [M_\oplus]) ja raadius R_p (Maa raadiuse ühikutes [R_\oplus]). Kas see planeet on tõenäoliselt kivine või gaasiline? Märkige vastustelehele (*Summary Answersheet*) vastavasse kasti kas KIVINE/GAASILINE (ROCKY/GASEOUS). 8

Ülemineku heleduskõverad täheplekkide ja äärele tumenemise korral:

- (T12.12) Uurime planeedi üleminekut juhul kui $i = 90^\circ$, tähe jaoks, mille ekvaatoril paikneb täheplekk, mille raadius on enam vähem sama suur kui planeedi raadius R_p . Tähe pöörlemisperiood on $2P$. Joonistage planeedi viie järjestikuse ülemineku jaoks heleduskõverad (*Summary Answersheet*'is selleks ette antud ruudustikesse). Ülemineku eelse ja järgse heleduse võib iga ülemineku jaoks normeerida sõltumatuna teistest üleminekutest. Eeldame et planeet ei kohta esimesel üleminekul täheplekki, aga ta teeb seda teisel üleminekul. 4

- (T12.13) Kogu ülesande jooksul oleme eeldanud ühtlase heledusjaotusega täheketast. Reaalsetelt täheketastel esineb äärele tumenemise nähtus. Skitseerige ülemineku heleduskõver juhul, kui ematäht on äärele tumenenud. 2