

Soal

(T1) Benar atau Salah

Tentukan apakah pernyataan berikut Benar atau Salah. Pada Lembar Jawab, beri tanda ✓ pada pilihan yang tepat (TRUE / FALSE). Tidak perlu uraian jawaban untuk pertanyaan ini.

- (T1.1) [2 Poin] Dalam foto langit cerah yang diambil saat malam Bulan Purnama dengan waktu eskposur cukup lama, warna langit tampak biru seperti saat siang hari.
- (T1.2) [2 Poin] Astronom di Bhubaneswar menandai posisi Matahari di langit setiap hari pukul 05:00 UT selama setahun. Jika sumbu rotasi Bumi tegak lurus terhadap bidang orbitnya, posisi Matahari akan membentuk busur lingkaran besar.
- (T1.3) [2 Poin] Jika periode orbit dari sebuah benda kecil yang mengitari Matahari pada bidang ekliptika kurang dari periode orbit Uranus, maka orbit benda tersebut selalu berada di dalam orbit Uranus.
- (T1.4) [2 Poin] Pusat massa Tata Surya selalu berada di dalam Matahari.
- (T1.5) [2 Poin] Foton bergerak bebas dalam ruang. Karena Alam Semesta mengembang, momentum foton akan berkurang.

(T2) Gas di Titan [10 Poin]

Partikel gas di atmosfer planet memiliki distribusi kecepatan yang lebar. Jika r.m.s. (*root mean square*) dari kecepatan termal partikel gas melebihi dari $1/6$ kecepatan lepas, maka sebagian besar gas akan lepas dari planet. Berapakah nilai minimum massa atom relatif dari gas monoatomik (A_{\min}) agar gas tersebut tetap bertahan di atmosfer Titan?

Diketahui massa Titan $M_T = 1.23 \times 10^{23}$ kg, radius Titan $R_T = 2575$ km, temperatur permukaan Titan $T_T = 93.7$ K.

(T3) Alam Semesta Muda

Model kosmologi menunjukkan bahwa kerapatan radiasi (ρ_r) di Alam Semesta sebanding dengan $(1+z)^4$, sementara kerapatan materi (ρ_m) sebanding dengan $(1+z)^3$, dengan z menyatakan *redshift*. Parameter kerapatan dinyatakan sebagai $\Omega = \rho/\rho_c$, dengan ρ_c menyatakan kerapatan kritis Alam Semesta. Saat ini, parameter kerapatan radiasi dan materi berturut-turut adalah $\Omega_{r,0} = 10^{-4}$ dan $\Omega_{m,0} = 0.3$.

- (T3.1) [3 Poin] Hitung *redshift* (z_e) ketika kerapatan radiasi sama dengan kerapatan materi.
- (T3.2) [4 Poin] Anggap radiasi Alam Semesta muda memiliki spektrum benda hitam yang berpuncak pada temperatur 2.732 K. Perkirakan temperatur (T_e) dari radiasi pada *redshift* z_e .
- (T3.3) [3 Poin] Perkirakan energi foton (E_ν , dalam eV) yang dipancarkan pada *redshift* z_e .

(T4) Bayang-bayang [10 Poin]

Seorang pengamat di belahan Bumi utara menyadari bahwa panjang bayangan terpendek dari sebuah tonggak 1.000 m adalah 1.732 m. Pada hari yang sama, panjang bayangan terpanjang dari tonggak tersebut adalah 5.671 m.

Tentukan lintang pengamat (ϕ) dan deklinasi Matahari (δ_\odot) pada hari itu. Anggap Matahari sebagai *point source* dan abaikan refraksi atmosfer.

(T5) GMRT Beam Transit [10 Poin]

Giant Metrewave Radio Telescope (GMRT), salah satu teleskop radio terbesar pada *metre wavelength*, berada di India ($19^\circ 6'$ LU, $74^\circ 3'$ BT). GMRT terdiri atas 30 antena, masing-masing berdiameter 45.0 m.

Sebuah antena GMRT diarahkan ke utara pada jarak zenith $39^\circ 42'$ sehingga sumber radio *point source* akan melintas sepanjang diameter *beam* antena saat sumber tersebut transit di meridian.

Berapakah durasi T_{transit} ketika sumber radio berada di dalam FWHM (*full width at half maximum*) dari *beam* sebuah antena GMRT yang beroperasi pada 200 MHz.

Petunjuk: Ukuran FWHM dari *beam* antena radio yang beroperasi pada frekuensi tertentu sama dengan resolusi dari antena tersebut. Anggap iluminasi seragam.

(T6) Pulsasi Cepheid

Bintang β -Doradus merupakan bintang variabel Cepheid dengan periode pulsasi 9.84 hari. Asumsikan bahwa bintang tampak paling terang saat berukuran minimum (radius R_1) dan tampak paling redup saat berukuran maksimum (R_2). Anggap bintang tetap berbentuk bola dan berlaku sebagai benda hitam sempurna setiap saat. Magnitudo bolometrik bintang bervariasi antara 3.46 dan 4.08. Dari pengukuran Doppler, diketahui bahwa selama pulsasinya, bintang mengembang dan mengerut dengan laju radial rata-rata sebesar 12.8 km s^{-1} . Dalam satu periode pulsasi, puncak radiasi termal bervariasi antara 531.0 nm hingga 649.1 nm.

- (T6.1) [7 Poin] Tentukan rasio radius bintang saat minimum dan maksimum (R_1/R_2).
- (T6.2) [3 Poin] Tentukan radius bintang (dalam meter) saat minimum dan maksimum (R_1 dan R_2).
- (T6.3) [5 Poin] Hitung fluks bintang (F_2) saat ukurannya maksimum.
- (T6.4) [5 Poin] Tentukan jarak bintang (D_{star}) dalam parsek.

(T7) Optik Teleskop

Sebuah teleskop pembias ideal memiliki nisbah fokal $f/5$, lensa objektif dengan panjang fokus 100 cm, serta *eyepiece* dengan panjang fokus 1 cm.

- (T7.1) [4 Poin] Berapakah perbesaran sudut (m_0) dan panjang (L_0) teleskop tersebut?

Penggunaan lensa cekung (*Barlow lens*) di antara lensa objektif dan titik fokus primer adalah cara yang jamak digunakan untuk meningkatkan perbesaran tanpa harus menambah panjang teleskop terlalu besar. Sebuah lensa Barlow dengan panjang fokus 1 cm dipasang pada teleskop untuk meningkatkan perbesaran 2 kali lipat.

- (T7.2) [6 Poin] Pada jarak (d_B) berapakah lensa Barlow harus dipasang untuk mendapatkan perbesaran 2 kali semula? Jarak dihitung dari titik fokus primer.
- (T7.3) [4 Poin] Berapakah pertambahan panjang teleskop (ΔL)?

Sekarang, sebuah detektor CCD dipasang pada fokus primer teleskop (tanpa lensa Barlow dan *eyepiece*). Ukuran setiap *pixel* dalam CCD adalah $10 \mu\text{m}$.

- (T7.4) [6 Poin] Di CCD, berapakah jarak pisah dalam *pixel* (n_p) dua bintang yang terpisah $20''$ di langit?

(T8) Fotometri Pita U

Sebuah bintang mempunyai magnitudo semu pada pita U, $m_U = 15.0$. Filter pita U dianggap ideal, yaitu memiliki transmisi sempurna (100%) pada pita U dan sepenuhnya kedap (transmisi 0%) di luar pita U. Filter berpusat pada 360 nm dan memiliki lebar 80 nm. Bintang dianggap memiliki spektrum energi yang datar. Konversi dari magnitudo bintang m menjadi rapat fluks f dalam Jansky dinyatakan sbb:

$$f = 3631 \times 10^{-0.4m} \text{ Jy}$$

$$(1 \text{ Jy} = 1 \times 10^{-26} \text{ W Hz}^{-1} \text{ m}^{-2})$$

- (T8.1) [8 Poin] Perkirakan jumlah foton pita U (N_0) dari bintang tersebut yang datang tegak lurus ke permukaan seluas 1 m^2 di luar atmosfer Bumi setiap detiknya.

Bintang ini diamati pada pita U menggunakan teleskop landas Bumi yang memiliki cermin berdiameter 2.0 m. Ekstingsi atmosfer pada pita U saat pengamatan adalah 50%. *Seeing* dapat dianggap sangat baik. *Surface brightness* langit malam pada pita U yang terukur adalah $22.0 \text{ mag arcsec}^{-2}$.

- (T8.2) [8 Poin] Berapakah rasio (R) jumlah foton yang diterima per detik dari bintang dan dari langit latar, jika diukur pada lingkaran berdiameter $2''$?

(T8.3) [4 Poin] Pada prakteknya, foton pita U yang dapat dideteksi hanya 20% dari yang jatuh ke cermin primer. Berapa jumlah foton bintang yang dideteksi tiap detik (N_t)?

(T9) Mars Orbiter Mission

Mars Orbiter Mission (MOM) milik India diluncurkan menggunakan *Polar Satellite Launch Vehicle* (PSLV) tanggal 5 November 2013. Massa kosong MOM (*body + instruments*) adalah 500 kg dan wahana ini membawa bahan bakar bermassa 852 kg. Awalnya, wahana ditempatkan di orbit elips mengitari Bumi dengan ketinggian perigee 264.1 km dan ketinggian apogee 23903.6 km di atas permukaan Bumi. MOM berpindah ke *trans-Mars injection* (Hohmann orbit) setelah menaikkan orbitnya beberapa kali (*orbit raising*).

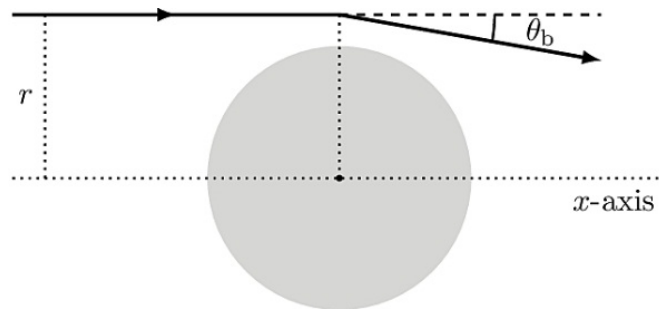
Orbit raising pertama kali dilakukan dengan menyalakan roket di dekat perigee dalam durasi sangat singkat. Roket dinyalakan untuk mengubah orbit tanpa mengubah bidang orbit dan perigee-nya. Proses ini memberikan impuls pada wahana sebesar $1.73 \times 10^5 \text{ kg m s}^{-1}$. Perubahan massa selama proses ini dapat diabaikan.

(T9.1) [14 Poin] Berapakah ketinggian apogee (h_a , di atas permukaan Bumi) setelah roket dinyalakan?

(T9.2) [6 Poin] Tentukan eksentrisitas (e) dan periode (P , dalam jam) dari orbit yang baru.

(T10) Teleskop Pelensaan Gravitasi

Teori Relativitas Umum Einstein memperkirakan adanya pembelokan cahaya oleh benda masif. Sederhananya, pembelokan setiap berkas cahaya dianggap terjadi di satu titik seperti ditunjukkan pada gambar.



Besarnya sudut pembelokan adalah

$$\theta_b = \frac{2R_{\text{sch}}}{r},$$

dengan R_{sch} menyatakan radius Schwarzschild dari benda masif dan r adalah jarak sinar datang dan sumbu- x yang sejajar dengan arah datangnya sinar dan melalui pusat benda (*impact parameter*).

Dengan demikian, benda masif akan berlaku seperti lensa. Seluruh sinar yang datang dengan *impact parameter* r dari jarak takhingga akan memusat ke titik fokus yang berjarak f_r dari benda masif. Pengamat di titik itu mendapat manfaat dari amplifikasi dari *gravitational focusing*. Benda masif pada kasus ini digunakan sebagai *Gravitational Lensing Telescope* untuk amplifikasi sinyal.

(T10.1) [6 Poin] Pertimbangkan kemungkinan Matahari digunakan sebagai teleskop pelensaan gravitasi. Hitung jarak fokus minimum (f_{min}) dari pusat Matahari dalam satuan astronomi.

(T10.2) [8 Poin] Misalkan terdapat detektor berbentuk lingkaran dengan radius a yang diletakkan pada jarak f_{min} serta berpusat pada dan tegak lurus sumbu- x . Perhatikan bahwa sinar yang diterima detektor hanya sinar yang melewati area cincin dengan lebar h ($h \ll R_{\odot}$) yang mengelilingi Matahari. Faktor amplifikasi didefinisikan sebagai rasio intensitas cahaya yang diterima detektor dengan dan tanpa amplifikasi Matahari.

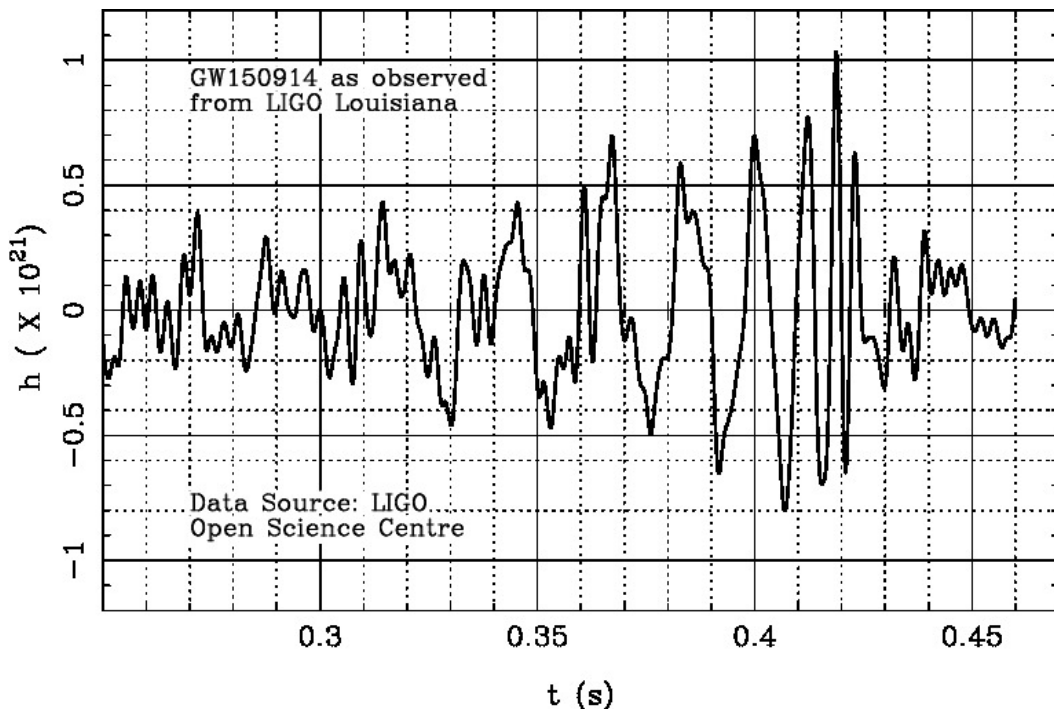
Nyatakan faktor amplifikasi A_m sebagai fungsi R_{\odot} dan a .

(T10.3) [6 Poin] Misalkan terdapat distribusi massa sferis (seperti *dark matter* di gugus galaksi) dan sinar yang melewatinya akan mengalami pembelokan. Sederhananya, sinar yang datang dengan *impact parameter* r hanya dibelokkan oleh massa yang dilingkupi radius r , $M(r)$.

Bagaimana distribusi massa sebagai fungsi r ($M(r)$) sehingga lensa gravitasi dapat berlaku seperti lensa optik cembung yang ideal?

(T11) Gelombang Gravitasi

Sinyal pertama dari gelombang gravitasi diamati oleh dua detektor LIGO di Hanford dan Livingston, Amerika Serikat pada bulan September 2015. Salah satu hasil pengukurannya (peregangan vs waktu dalam detik) ditampilkan pada gambar di bawah ini.



Pada soal ini, kita akan menginterpretasikan sinyal ini dihasilkan oleh sebuah partikel uji m yang mengorbit sebuah massa yang besar M ($m \ll M$), dengan mempertibangkan beberapa model untuk memperkirakan sifat massa pusat.

Partikel uji tersebut kehilangan energi akibat dari emisi gelombang gravitasi. Sehingga orbitnya terus menyusut, hingga partikel uji mencapai permukaan objek yang lebih besar, atau dalam kasus sebuah lubang hitam, bagian paling dalam dalam orbit lingkaran yang stabil (*innermost stable circular orbit, ISCO*), $R_{\text{ISCO}} = 3R_{\text{sch}}$, dimana R_{sch} adalah radius Schwarzschild dari lubang hitam. Ini adalah "epoch merger". Pada titik ini, amplitudo dari gelombang gravitasi mencapai maksimum, dan begitu pula frekuensi gelombang gravitasinya yang selalu bernilai dua kali frekuensi orbitnya. Pada soal ini, kita hanya fokus pada gelombang gravitasi sesaat sebelum penggabungan (merger), ketika hukum Kepler dapat diasumsikan valid. Setelah penggabungan, bentuk gelombang gravitasi akan berubah drastis.

(T11.1) [3 Poin] Perhatikan gelombang gravitasi yang teramati pada gambar diatas. Hitunglah periode, T_0 , dan frekuensi, f_0 , dari gelombang gravitasi sesaat sebelum "epoch merger".

(T11.2) [10 Poin] Untuk setiap bintang deret utama, radius bintang, R_{MS} , dan massanya, M_{MS} , terkait hubungan pangkat (power law),

$$R_{\text{MS}} \propto (M_{\text{MS}})^\alpha$$

dengan

$$\alpha = \begin{cases} 0.8 & \text{untuk } M_{\text{MS}} > 1M_\odot \\ 1.0 & \text{untuk } 0.08M_\odot \leq M_{\text{MS}} \leq 1M_\odot \end{cases}$$

Jika objek pusat adalah sebuah bintang deret utama, tuliskan sebuah persamaan untuk frekuensi maksimum dari gelombang gravitasi, f_{MS} sebagai fungsi dari massa bintang dalam unit massa matahari (M_{MS}/M_{\odot}) dan konstanta α .

- (T11.3) [9 Poin] Dengan menggunakan hasil di atas, tentukanlah nilai α yang tepat yang akan memberikan nilai frekuensi gravitasi maksimum yang mungkin, $f_{MS,max}$ untuk setiap bintang deret utama. Hitung nilai frekuensinya.
- (T11.4) [8 Poin] Bintang katai putih (*white dwarf*, WD) memiliki massa maksimum $1.44 M_{\odot}$ (dikenal sebagai limit Chandrasekhar) dan mematuhi hubungan massa-radius $R \propto M^{-1/3}$. Radius sebuah bintang katai putih bermassa $1 M_{\odot}$ adalah 6000 km. Hitunglah frekuensi maksimum gelombang gravitasi yang dipancarkan, $f_{WD,max}$, jika sebuah partikel uji mengorbit bintang katai putih.
- (T11.5) [8 Poin] Bintang neutron (NS) adalah sebuah objek kompak yang memiliki massa antara 1 dan $3 M_{\odot}$ dan radius dalam rentang 10-15 km. Hitunglah rentang frekuensi dari gelombang gravitasi yang dipancarkan, $f_{NS,min}$ dan $f_{NS,max}$, jika sebuah tes partikel mengorbit sebuah bintang neutron pada jarak yang dekat dengan radius bintang tersebut
- (T11.6) [7 Poin] Jika sebuah partikel uji mengelilingi sebuah lubang hitam (BH), tulis persamaan untuk frekuensi gelombang gravitasi yang dipancarkan, f_{BH} , sebagai fungsi dari massa lubang hitam dalam satuan massa Matahari (M_{\odot}).
- (T11.7) [5 Poin] Berdasarkan hanya pada periode (atau frekuensi) dari gelombang gravitasi sesaat sebelum penggabungan, tentukan apakah objek pusat dapat berupa bintang deret utama (MS), bintang katai putih (WD), bintang neutron (NS) atau lubang hitam (BH). Tandai pilihan yang benar menurut anda pada lembar jawaban yang disediakan. Perkirakan massa objek tersebut, M_{obj} , dalam unit M_{\odot} .

(T12) Exoplanet

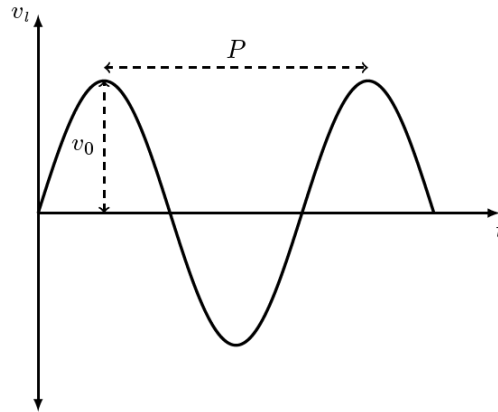
Dua metoda utama pendeteksi eksoplanet (planet yang mengelilingi bintang selain Matahari) adalah metoda kecepatan radial (atau disebut *wobble*) dan metoda transit. Pada soal ini, kita akan mengetahui bagaimana hasil kombinasi dari kedua metoda ini dapat membuka banyak informasi tentang bintang induk dan planet yang mengorbitnya.

Di seluruh soal ini, kita anggap kasus sebuah planet dengan massa M_p dan radius R_p bergerak dalam orbit lingkaran dengan radius a di sekitar bintang bermassa M_S ($M_S \gg M_p$) dan radius R_S . Sumbu orbit planet memiliki sudut inklinasi i terhadap garis pandang ($i = 90^\circ$ berarti orbit *edge on*). Kita asumsikan bahwa tidak ada planet lain yang mengorbit bintang tersebut dan $R_S \ll a$.

Metoda Wobble:

Jika sebuah planet dan sebuah bintang saling mengorbit titik pusat massa mereka, bintang tersebut akan terlihat bergerak sedikit atau "bergoyang (*wobble*)", karena titik pusat massa bintang tidak berimpit dengan titik pusat massa sistem bintang-planet. Akibatnya, cahaya yang diterima dari bintang akan mengalami sedikit pergeseran Doppler yang terkait dengan kecepatan dari "goyangan".

Kecepatan dalam arah pandang atau kecepatan radial, v_r , dari bintang dapat ditentukan dari pergeseran Doppler sebuah garis spektrum, dan bervariasi terhadap waktu, t , seperti ditunjukkan pada diagram skematik berikut ini. Pada diagram tersebut ditunjukkan dua kuantitas yang terukur yaitu periode orbit P dan kecepatan radial maksimum v_0 .



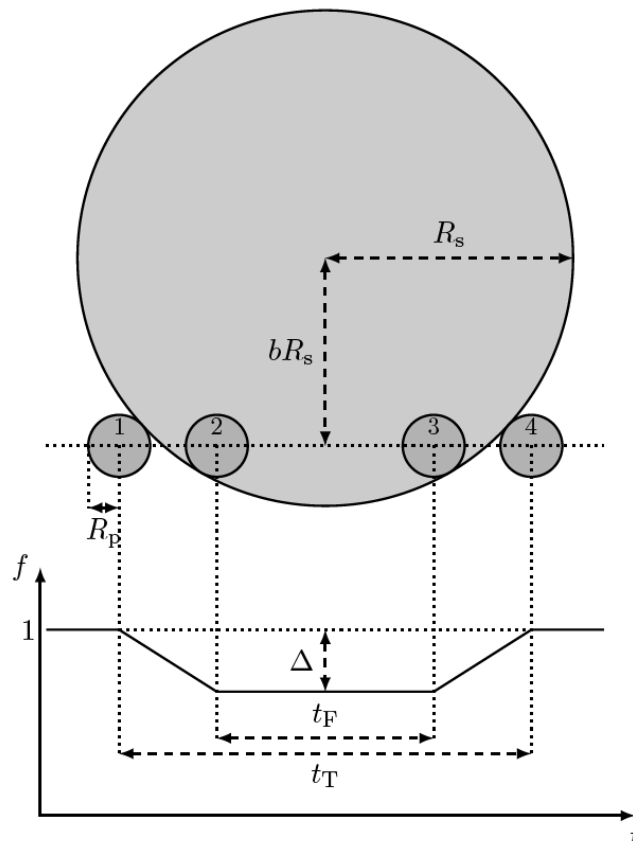
(T12.1) [3 Poin] Hitung radius orbit (a) dan kecepatan orbit (v_p) dari planet sebagai fungsi dari M_p dan P .

(T12.2) [4 Poin] Carilah batas bawah massa planet $M_{p,\min}$ sebagai fungsi dari M_S , v_0 dan v_p .

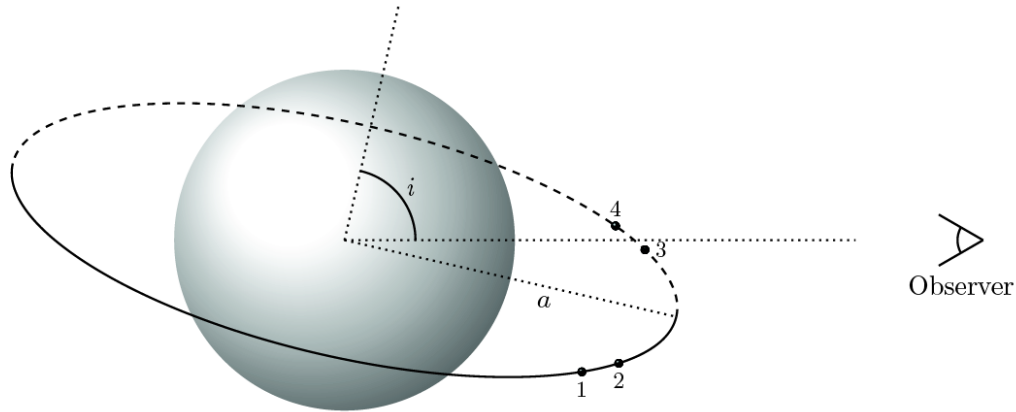
Metoda Transit:

Ketika sebuah planet mengorbit bintang induknya, dengan bidang orbit mendekati *edge on* ($i \approx 90^\circ$), maka dia akan secara periodik melewati atau transit di depan piringan bintang yang tampak pada pengamat. Hal ini akan menyebabkan sebuah pengurangan kecil pada fluks bintang yang dapat diukur besarnya. Diagram skematik di bawah ini (TIDAK digambarkan sesuai skala) menunjukkan situasi dari perspektif pengamat dan menghasilkan kurva cahaya transit (fluks ternormalisasi, f vs waktu, t) dari piringan bintang yang terangnya seragam.

Jika sudut inklinasi i tepat 90° , planet akan tampak melewati piringan bintang sepanjang diameternya. Untuk nilai lain dari i , transit terjadi sepanjang tali busur, yang pusatnya terletak pada jarak bR_S dari pusat piringan bintang, seperti yang ditunjukkan pada diagram. Fluks tanpa transit dinormalisasi ke nilai 1 dan kedalaman maksimum selama transit diberikan sebagai Δ .



Empat titik utama pada transit adalah kontak pertama, kedua, ketiga dan keempat, ditandai oleh angka 1 sampai 4, pada skema di atas. Waktu interval selama kontak 2 dan 3 dinyatakan sebagai t_F , ketika piringan planet menutupi piringan bintang. Waktu interval antara kontak 1 dan 4 dinyatakan sebagai t_T . Titik-titik ini juga ditandai pada diagram skematik di bawah ini yang menunjukkan posisi *side-on* pada orbit (TIDAK digambarkan sesuai skala). Kuantitas terukur dari metoda transit ini adalah P , t_T , t_F dan Δ .



- (T12.3) [2 Poin] Tentukan batasan nilai pada i sebagai fungsi R_S dan a agar transit dapat diamati sepenuhnya oleh pengamat yang jauh.
- (T12.4) [1 Poin] Ekspresikan nilai Δ sebagai fungsi dari R_S dan R_p .
- (T12.5) [8 Poin] Ekspresikan t_T dan t_F sebagai fungsi dari R_S , R_p , a , P dan b .
- (T12.6) [5 Poin] Untuk pendekatan $a \gg R_S$ tunjukkan bahwa parameter b dapat dinyatakan sbb:

$$b = \left[1 + \Delta - 2\sqrt{\Delta} \frac{1 + \left(\frac{t_F}{t_T}\right)^2}{1 - \left(\frac{t_F}{t_T}\right)^2} \right]^{1/2}$$

- (T12.7) [3 Poin] Gunakan persamaan pada bagian (T12.6) untuk mendapatkan hubungan a/R_S sebagai fungsi parameter transit yang terukur, menggunakan aproksimasi yang sesuai.
- (T12.8) [6 Poin] Kombinasikan hasil pada *wobble method* dan *transit method* untuk mendapatkan kerapatan rata-rata bintang $\rho_S \equiv \frac{3M_S}{4\pi R_p^3}$, dinyatakan dalam t_T , t_F , Δ , dan P .

Batuan atau Gas:

Pertimbangkan sistem *edge-on* ($i = 90^\circ$) dengan orbit planet lingkaran. Diketahui bintang induk memiliki massa $1.00 M_\odot$. Transit teramati dengan periode $P = 50.0$ hari dan durasi transit adalah $t_T = 1.00$ jam. Kedalaman transit adalah $\Delta = 0.0064$. Sistem tersebut juga diamati dengan *wobble method* dengan kecepatan radial maksimum sebesar 0.400 m s^{-1} .

- (T12.9) [2 Poin] Tentukan radius orbit (a) dari planet dalam sa dan meter.
- (T12.10) [2 Poin] Tentukan rasio t_F/t_T dari sistem ini.
- (T12.11) [8 Poin] Hitunglah massa (M_p) dan radius planet (R_p) dalam unit massa (M_\oplus) dan radius Bumi (R_\oplus). Apakah planet tersebut merupakan planet batuan atau planet gas? Beri tanda \checkmark untuk ROCKY atau GASEOUS pada kotak yang disediakan di Lembar Jawab.

Kurva Cahaya Transit dengan Starspot dan Limb Darkening

- (T12.12) [4 Poin] Misalkan planet dengan $i = 90^\circ$ transit di depan bintang yang memiliki *starspot* di equator-nya. Ukuran *starspot* sama dengan ukuran planet, R_p . Periode rotasi bintang adalah $2P$. Gambarkan skema kurva cahaya pada 5 transit berurutan (pada template yang disediakan di Lembar Jawab). Fluks di luar transit (*no transit*) dinormalisasi menjadi 1 secara independen untuk setiap transit. Anggap *starspot* tidak tampak pada transit pertama, tetapi tampak pada transit kedua.
- (T12.13) [2 Poin] Pada soal sebelumnya, kita menganggap piringan bintang memiliki kecerlangan seragam. Namun, bintang yang sebenarnya mengalami *limb darkening*. Gambarkan skema kurva cahaya ketika bintang mengalami *limb darkening*.