

(T1) بلی یا خیر

پاسخ این سوال به صورت بلی یا خیر برای هر قسمت خواهد بود. در پاسخ نامه جواب درست برای هر جمله را (بلی/خیر) بصورت (True/False) علامت بزنید. نیاز به اثبات وجود ندارد.

2 (T1.1) در عکسی از آسمان در شب ماه کامل و با زمان نورگیری طولانی، رنگ آسمان مانند روز خواهد شد دیگه.

2 (T1.2) منجمی در بوبانشوار موقعیت خورشید در آسمان را در ساعت $05:00 UT$ و در همه روزهای سال علامت می‌زند. اگر محور زمین عمود بر صفحه مدارش بود، دیگه این موقعیت‌ها باید تشکیل قوسی از یک دایره بزرگ دهد.

2 (T1.3) اگر دوره تناوب یک جسم کوچک معین که در مداری روی صفحه دایره البروج به دور خورشید حرکت می‌کند، کمتر از دوره تناوب اورانوس باشد؛ آن گاه مدارش باید کاملاً درون مدار اورانوس باشد.

2 (T1.4) مرکز جرم منظومه شمسی در همه زمان‌ها داخل خورشید قرار می‌گیرد.

2 (T1.5) یک فوتون در فضای آزاد حرکت می‌کند. وقتی کیهان منبسط شود، دیگه تکانه اش کاهش می‌یابد.

(T2) گازها در تیتان

10

ذرات گاز در جو سیارات دارای یک توزیع سرعت هستند. اگر سرعت دمایی متوسط (متوسط ریشه مربعی، r.m.s.) ذرات گاز از $1/6$ سرعت فرار بیشتر شود، بیشتر آن گاز از جو سیاره فرار خواهد کرد. وزن اتمی کمینه (جرم اتمی)، A_{min} ، یک گاز تک اتمی ایده آل را بدست آورید، بطوری که در جو تیتان باقی بماند.

اطلاعات: جرم تیتان $M_T = 1.23 \times 10^{23} \text{ kg}$ و شعاع تیتان $R_T = 2575 \text{ km}$ و دمای سطحی تیتان $T_T = 93.7 \text{ K}$

(T3) کیهان اولیه

بنابر مدل های کیهان شناسی، چگالی انرژی تابشی، ρ_r ، متناسب با $(1+z)^4$ و چگالی انرژی ماده، ρ_m ، متناسب با $(1+z)^3$ است که z قرمزگرایی است. پارامتر چگالی بی بعد، Ω ، به صورت $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}$ است که در آن ρ_c چگالی بحرانی کیهان است.

در کیهان امروزی پارامترهای چگالی تابش و ماده به ترتیب عبارتند از: $\Omega_{r0} = 10^{-4}$ و $\Omega_{m0} = 0.3$

3

(T3.1) مقدار قرمزگرایی در زمانی که چگالی های ماده و تابش با هم برابر می شوند، Z_e ، را محاسبه کنید.

(T3.2) با فرض اینکه تابش کیهان اولیه، تابش جسم سیاه است؛ دمایی (T_e) را که در آن قرمزگرایی برابر Z_e می شود،

4

بدست آورید.

3

(T3.3) انرژی فوتون ها (E_γ) را در زمان برابری ماده-تابش (قرمزگرایی Z_e) تخمین بزنید. (بر حسب eV)

10

(T4) سایه ها

ناظری در نیمکره شمالی، روزی متوجه می شود که کوتاهترین طول سایه ی یک میله عمودی 1.000 متری برابر است با:

1.732 m

در همان روز، بلندترین طول سایه ی همان میله برابر است با 5.671 m

عرض جغرافیایی، ϕ ، محل ناظر را پیدا کنید. همچنین میل خورشید، δ_\odot ، را در آن روز بیابید. فرض کنید خورشید یک جرم نقطه ای است و نیز از اثر شکست جو صرف نظر کنید.

10

(T5) گذر چشمه ای نقطه ای از GMRT

تلسکوپ عظیم GMRT (Giant Metrewave Radio Telescope) یکی از بزرگترین تلسکوپ ها در طول موج یک متر است، که در قسمت غربی هند (عرض جغرافیایی $19^\circ 6'N$ و طول جغرافیایی $74^\circ 3'E$) قرار گرفته است. GMRT 30 عدد آنتن بشقابی دارد که هر کدام 45 متر قطر دارند. یک آنتن GMRT به سمت زاویه سرسویی روی نصف النهار شمالی نشانه رفته است، بطوری که یک چشمه نقطه ای رادیویی وقتی که از این نصف النهار عبور می کند، قطر تلسکوپ را جارو می کند.

مدت زمان عبور این چشمه، $T_{transit}$ ، از زاویه ای معادل تفکیک زاویه ای این تلسکوپ در طول موج 200 MHz،

(full width at half maximum : FWHM)، برای یک تک-آنتن GMRT چقدر است؟

راهنمایی: اندازه ی FWHM این پرتو برای یک دیش رادیویی در یک فرکانس مشخص، معادل تفکیک زاویه ای دیش است.

(T6) متغیر قیفاووسی

ستاره β -دورادوس یک متغیر قیفاووسی با دوره تناوب تپشی 9.84 روز است. برای سادگی فرض می‌کنیم زمانی که ستاره در منقبض‌ترین حالت خود قرار دارد (شعاع R_1)، در درخشان‌ترین وضعیت است و زمانی که در منبسط‌ترین حالت قرار دارد (شعاع R_2)، کم نورترین وضعیت را دارد.

همچنین برای سادگی فرض کنید که ستاره همواره در حالت کروی باقی می‌ماند و می‌توان تابش آن را شبیه تابش جسم سیاه (در تمام مدت تپش) در نظر گرفت. قدر بولومتریک ستاره بین ۳,۴۶ و ۴,۰۸ تغییر می‌کند. با اندازه‌گیری اثر دوپلر می‌دانیم شعاع ستاره با سرعت متوسط شعاعی 12.8 km s^{-1} منبسط و منقبض خواهد شد.

در طول یک دوره تپش، محل بیشینه تابش جسم سیاه ستاره بین دو مقدار 531.0 nm و 649.1 nm تغییر می‌کند.

- 7 (T6.1) نسبت شعاع ستاره در منقبض‌ترین حالت به شعاع ستاره در منبسط‌ترین حالت (R_1/R_2) را بدست آورید.
- 3 (T6.2) شعاع ستاره را در منقبض‌ترین و منبسط‌ترین حالت (یعنی R_1 و R_2) بر حسب متر بدست آورید.
- 5 (T6.3) شار ستاره (F_2) را وقتی که در منبسط‌ترین حالت قرار دارد، بدست آورید.
- 5 (T6.4) فاصله ستاره، D_{star} ، را بر حسب پارسک بدست آورید.

(T7) اپتیک تلسکوپ

در یک تلسکوپ شکستی ایده آل با نسبت کانونی $f/5$ ، فاصله کانونی عدسی شیئی 100 cm و فاصله کانونی چشمی 1 cm است.

- 4 (T7.1) بزرگنمایی زاویه‌ای تلسکوپ، m_0 ، چقدر است؟ طول تلسکوپ، L_0 ، (یعنی فاصله بین عدسی چشمی و شیئی) چقدر است؟
- استفاده از یک عدسی محدب (لنز بارلو) بین عدسی شیئی و کانون اصلی، یک راه عمومی است که بزرگنمایی تلسکوپ را بدون افزایش قابل توجه طول تلسکوپ، افزایش می‌دهد. برای دو برابر کردن بزرگنمایی زاویه‌ای، یک لنز بارلو با فاصله کانونی 1 cm بین شیئی و کانون اصلی قرار داده می‌شود.
- 6 (T7.2) این لنز بارلو در چه فاصله‌ای، d_B ، از کانون اصلی باید قرار داده شود تا بزرگنمایی زاویه‌ای را دو برابر کند؟
- 4 (T7.3) افزایش طول تلسکوپ، ΔL ، برای اینکه چنین افزایش بزرگنمایی زاویه‌ای رخ دهد، چقدر است؟

یک تلسکوپ به وسیله‌ی این عدسی شیئی و یک CCD که در کانون اصلی این عدسی قرار گرفته است، ساخته ایم (بدون هیچ لنز بارلو یا عدسی چشمی). هر پیکسل CCD مربعی به ضلع $10 \mu m$ ، ده میکرومتر است.

(T7.4) اگر دو ستاره، روی آسمان فاصله زاویه‌ای بیست ثانیه قوسی $20''$ داشته باشند، جدایی این دو ستاره روی این CCD ، چند پیکسل خواهد بود (n_p) ؟

6

(T8) فوتومتری در فیلتر U

یک ستاره در فیلتر U قدر ظاهری $m_U = 15.0$ دارد. این فیلتر U ایده آل است، به طوری که عبور صددرصدی (100%) در این ناحیه و کدریت کامل (عبور 0%) در خارج از این ناحیه دارد. مرکز این فیلتر در طول موج 360 نانومتر و پهنای آن 80 نانومتر است. فرض می‌شود که ستاره در این ناحیه یک طیف انرژی یکنواخت بر حسب فرکانس دارد. رابطه‌ی بین قدر m ، در هر باند و چگالی شار، f ، یک ستاره بر حسب یانسکی ($1 Jy = 1 \times 10^{-26} W Hz m^{-2}$) به صورت زیر است:

(T8.1) در هر ثانیه در یک متر مربع، $1 m^2$ ، در بالای جو زمین تقریباً چه تعداد فوتون U از این ستاره به ما می‌رسد (N_0) ؟

8

این ستاره در ناحیه U توسط یک تلسکوپ زمینی مشاهده می‌شود که قطر آینه اصلی آن 2.0 متر است. خاموشی ناشی از جو در این ناحیه U ، 50% درصد است. می‌توانید فرض کنید که دید جو بسیار کم و محدود به پراش ($diffraction-limited$) است. روشنایی سطحی متوسط آسمان شب در ناحیه U ، 22.0 قدر بر ثانیه قوسی مربع ($22.0 mag/arcsec^2$) است.

(T8.2) نسبت تعداد فوتون‌های دریافتی از ستاره به فوتون‌های پس زمینه آسمان، R ، در مدت یک ثانیه با یک میدان دید دایره‌ای به قطر 2 ثانیه قوس چقدر است؟

8

(T8.3) در عمل فقط 20% از فوتون‌های ناحیه U که توسط آینه اصلی جمع می‌شوند، قابل آشکارسازی هستند. در هر ثانیه چه تعداد فوتون از این ستاره، N_t ، قابل آشکارسازی خواهند بود؟

4

(T9) ماموریت مداری مریخ

مدارگرد هندی مریخ (MOM) توسط ماهواره‌بر $PSLV$ در تاریخ ۵ نوامبر ۲۰۱۳ به فضا پرتاب شده است. جرم نهایی MOM (بدنه و متعلقات آن) $500 kg$ بوده و سوخت حمل شده توسط آن $852 kg$ است. این مدارگرد در ابتدا در یک

مدار بیضوی به دور زمین قرار گرفت که ارتفاع حضيض آن از سطح زمین 264.1 km و ارتفاع اوج آن از سطح زمین 23903.6 km بود. ماهواره MOM توسط یک مدار انتقال، از مدار اول به مداری دیگر (مدار هوهمان) منتقل می‌شود. با 6 بار تکرار این انتقال، ماهواره می‌تواند به مدار مریخ برسد. این تغییرهای مداری در یک فاصله زمانی بسیار کوتاه در حضيض مداری انجام می‌شوند.

در انتقال اول، موتور این ماهواره در مدت زمان کوتاهی در حضيض به گونه‌ای روشن شده است که باعث تغییر مدار بشود؛ بدون اینکه نقطه حضيض آن جابجا گردد. این فرآیند باعث ایجاد یک ضربه به اندازه $1.73 \times 10^5 \text{ kg m s}^{-1}$ به ماهواره می‌شود. از تغییر جرم ناشی از سوخت مصرف شده در این فرآیند صرف نظر کنید.

(T9.1) ارتفاع اوج جدید از سطح زمین (h_a) پس از اولین روشن شدن موتور چقدر است؟ 14

(T9.2) پس از اولین روشن شدن موتور، خروج از مرکز مدار جدید (e) و دوره تناوب جدید (P) ماهواره MOM را بر حسب ساعت بدست آورید. 6

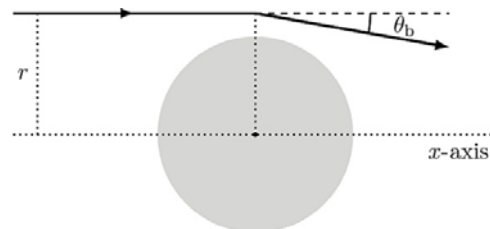
(T10) تلسکوپ لنز گرانشی

بنابر پیش بینی نظریه نسبیت عام انیشتین، نور از اطراف اجرام سنگین منحرف می‌شود. برای سادگی، فرض می‌کنیم که این انحراف فقط در یک نقطه در حین عبور نور اتفاق می‌افتد. (مطابق شکل زیر)

$$\theta_b = \frac{2R_{sch}}{r}$$

زاویه انحراف برابر است با

که R_{sch} شعاع شوارتزشیلد جرم سنگین است. r فاصله‌ی پرتو نور ورودی از محور x (که از مرکز جرم عبور می‌کند) است که به آن "پارامتر برخورد" می‌گوییم.



بنابراین جرم سنگین مانند یک عدسی نور را کانونی می‌کند. پرتوهای نوری که از بینهایت می‌آیند و دارای پارامتر برخورد یکسانی هستند (r یکسان)، همگی در یک نقطه روی محور x ها که در فاصله f_r از مرکز جسم سنگین قرار دارد، کانونی می‌شوند. ناظری که در آن نقطه قرار دارد می‌تواند از این تقویت نوری عظیم ناشی از همگرایی گرانشی بهره‌مند شود. جرم سنگین در این حالت می‌تواند به عنوان یک تلسکوپ لنز گرانشی برای تقویت سیگنال‌های دور دست به کار رود.

(T10.1) می‌خواهیم احتمال اینکه خورشید به عنوان یک عدسی گرانشی عمل کند را بسنجیم. کمترین فاصله از مرکز

خورشید (f_{min}) را که پرتوهای نور منحرف شده در آن متمرکز می‌شوند، بر حسب واحد نجومی (AU) محاسبه کنید. 6

(T10.2) یک آشکارساز دایره‌ای کوچک به شعاع a را در نظر بگیرید که در فاصله f_{min} قرار گرفته است؛ به طوری که

عمود بر محور x است و محور x از مرکز آن عبور می‌کند. توجه داشته باشید که فقط پرتوهای نوری که از درون حلقه

معینی به دور خورشید به پهنای h ($h \ll R_{\odot}$) عبور می‌کنند، می‌توانند به آشکارساز برخورد کنند (منظور حلقه‌ای به

شعاع درونی R_{\odot} و شعاع بیرونی $R_{\odot} + h$ است). 8

فاکتور تقویت آشکارساز را چنین تعریف می‌کنیم: نسبت شدت نور ورودی به آشکارساز در حضور خورشید به مقدار آن

در عدم حضور خورشید.

فاکتور تقویت نوری، A_m ، را بر حسب R_{\odot} و a محاسبه کنید.

(T10.3) یک توزیع جرمی کروی در نظر بگیرید (مانند توزیع ماده تاریک در خوشه‌های کهکشانی) که پرتوهای نوری

می‌توانند از نواحی درونی آن نیز عبور کرده و منحرف شوند. فرض کنید که در انحراف گرانشی با پارامتر برخورد r ، فقط

جرم درون شعاع r ، یعنی $M(r)$ ، اهمیت دارد و باید در نظر گرفته شود. 6

توزیع جرم $M(r)$ را به گونه‌ای بدست آورید که عدسی گرانشی همانند یک عدسی اپتیکی ایده آل، همه‌ی پرتوهای نوری

با پارامترهای برخورد مختلف را در یک نقطه کانونی کند.

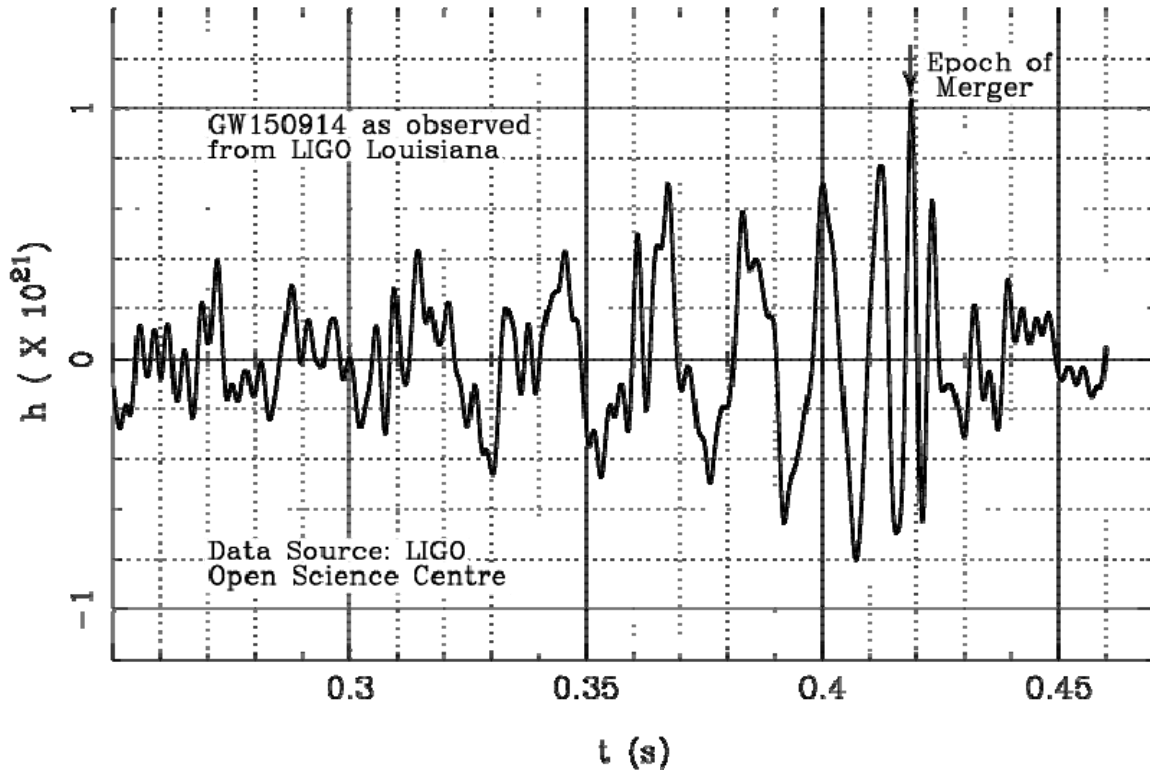
(T11) امواج گرانشی

اولین سیگنال امواج گرانشی اخیراً توسط دو آشکار ساز LIGO در آمریکا مشاهده شده است. یکی از اندازه‌گیری‌های آنها

نمودار (تغییر طول نسبی بازوهای آشکارساز بر حسب زمان) است که در شکل زیر آن را مشاهده می‌کنید. در این مساله

می‌خواهیم این نوسانات را به دوران یک جرم آزمون m به دور یک جرم سنگین M ($m \ll M$) متناسب (مربوط) کنیم.

در بخش‌های مختلف سوال، در مورد جسم مرکزی M فرض‌های مختلفی خواهیم کرد.



جرم آزمون (یعنی ستاره ی سبکتری که به دور ستاره مرکزی می چرخد) در اثر تابش امواج گرانشی، انرژی خود را از دست می دهد. در نتیجه، جرم آزمون به سمت جرم مرکزی بصورت مارپیچی سقوط می کند تا به سطح آن برسد. به این لحظه "لحظه ادغام" (epoch of merger) میگویند. به همین دلیل، همانطور که در شکل می بینید، دوره تناوب نوسانات کوتاه تر و دامنه آن بیشتر می شود. در حالتی که جرم مرکزی سیاهچاله باشد، سطح سیاهچاله به صورت کره ای با شعاع 3 برابر شعاع شوارتزشیلد یعنی $R_{ISCO} = 3R_{Sch}$ تعریف می شود. دقیقاً در لحظه ادغام (epoch of merger) همان طور که در شکل می بینید، دامنه موج گرانشی و همچنین فرکانس نوسانات آن بیشینه می شود. توجه داشته باشید که همواره فرکانس مداری دو ستاره ای که به دور یکدیگر می چرخند، دوبرابر فرکانس نوسانات مشاهده شده در شکل بالا است. در این مساله ما به امواج گرانشی درست قبل از ادغام توجه خواهیم کرد. یعنی زمانی که استفاده از قانون کپلر مجاز است. پس از ادغام، شکل امواج گرانشی کاملاً تغییر خواهد کرد که ما به آن کاری نداریم.

(T11.1) امواج گرانشی مشاهده شده در بالا را در نظر بگیرید. از روی شکل، دوره تناوب امواج گرانشی (T_0) و نیز فرکانس مربوطه (f_0) را درست قبل از زمان ادغام محاسبه کنید.

3

(T11.2) برای ستارگان رشته اصلی (MS) رابطه شعاع-جرم ستاره، یک رابطه توانی به شکل زیر است:

۱۰

$$R_{MS} \propto (M_{MS})^\alpha$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.8 && : M_{\odot} < M_{MS} \text{ که برای} \\ \alpha &= 1.0 && : 0.08M_{\odot} \leq M_{MS} \leq M_{\odot} \text{ و برای} \end{aligned}$$

اگر فرض کنیم که جرم مرکزی، یک ستاره رشته اصلی باشد، عبارتی برای بیشینه فرکانس امواج گرانشی (f_{MS}) بر حسب جرم ستاره در واحد جرم خورشید (M_{MS}/M_{\odot}) و نیز α بدست آورید. دقت کنید که همانطور که قبلا هم گفتیم، این فرکانس همواره دو برابر فرکانس مداری ستاره است.

(T11.3) با استفاده از نتایج بالا، برای ستاره‌های رشته اصلی، کدام α بیشترین فرکانس امواج گرانشی ($f_{MS,max}$) را تولید خواهد کرد؟ به ازای آن مقدار، فرکانس مربوطه را نیز بدست آورید.

9

(T11.4) ستاره‌های کوتوله سفید (WD) جرم بیشینه‌ای برابر با $1.44 M_{\odot}$ دارند که به جرم چاندراسخار معروف است. همچنین رابطه جرم-شعاع آن‌ها نیز بصورت $R \propto M^{-1/3}$ است. شعاع یک کوتوله با جرم خورشید برابر با ۶۰۰۰ کیلومتر است. بیشینه فرکانس امواج گرانشی تابش شده ($f_{WD,max}$) را به شرطی که جرم آزمون به دور یک کوتوله سفید در حال چرخش باشد، بدست آورید.

8

(T11.5) ستاره‌های نوترونی (NS) نوع ویژه‌ای از اجرام فشرده هستند با جرمی در محدوده 1 تا $3 M_{\odot}$ و شعاعی در محدوده $10 - 15 \text{ km}$. محدوده فرکانس تابشی امواج گرانشی (یعنی بیشینه و کمینه فرکانس $f_{NS,max}$ و $f_{NS,min}$) را بدست آورید به شرطی که جرم آزمون به دور یک ستاره نوترونی و در نزدیکی سطح آن بچرخد.

8

(T11.6) اگر جرم آزمون به دور یک سیاهچاله (BH) در حال دوران باشد، عبارتی برای فرکانس امواج گرانشی ساطع شده f_{BH} بر حسب جرم سیاهچاله، M_{BH} و جرم خورشید، M_{\odot} ، بدست آورید. به توضیحات ابتدای مساله که در مورد شعاع [7] موثر سیاهچاله داده شده است توجه داشته باشید.

7

(T11.7) با استفاده از مدت زمان دوره تناوب (یا فرکانس) امواج گرانشی، که در قسمت اول از روی شکل بدست آورده بودیم، مشخص کنید که جرم مرکزی کدام یک از موارد زیر می‌تواند باشد: ستاره رشته اصلی (MS)، کوتوله ی سفید (WD)، ستاره نوترونی (NS) و یا سیاهچاله (BH). جواب صحیح را در پاسخنامه تیک بزنید. مقدار این جرم مرکزی را [5] (M_{obj}) بر حسب جرم خورشید M_{\odot} تخمین بزنید.

5

(T12) سیارات فراخورشیدی

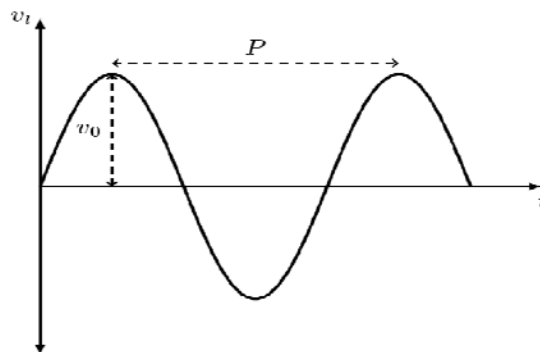
دو روش اصلی آشکارسازی سیارات فراخورشیدی (سیاراتی در اطراف ستاره‌های دیگر غیر از خورشید) روش سرعت شعاعی (یا روش تلوتلو خوردن) و روش گذر سیاره از مقابل ستاره است. در این مسئله خواهیم دید که ترکیب نتایج این دو روش می‌تواند اطلاعات بسیار زیادی از سیاره فراخورشیدی و ستاره‌ی میزبان آن به ما بدهد.

سیاره فوق به جرم M_p و شعاع R_p در یک مدار دایره‌ای به شعاع a در اطراف جرم ستاره مرکزی M_S ($M_S \gg M_p$) و شعاع R_S دوران می‌کند. خط عمود بر مدار این سیاره با خط دید زاویه‌ی i می‌سازد ($i = 90^\circ$ به معنای یک مدار لبه نما "edge on" است). فرض می‌کنیم که این ستاره هیچ سیاره دیگری ندارد و شعاع آن نیز خیلی کوچکتر از شعاع مدار سیاره است ($R_S \ll a$).

روش تلوتلو خوردن:

وقتی یک ستاره و سیاره حول مرکز جرم مشترکشان می‌چرخند، ستاره به صورت یک جرم متحرک با سرعت کم، تلوتلوخوران دیده می‌شود. این اتفاق به این دلیل رخ می‌دهد که مرکز جرم مشترک ستاره و سیاره از مرکز ستاره فاصله دارد. در نتیجه نور دریافتی از ستاره، یک انتقال دوپلری متناسب با سرعت تلوتلو خوردن دارد.

سرعت شعاعی این ستاره، v_i ، می‌تواند از روی انتقال دوپلری خطوط طیفی محاسبه گردد و تغییرات متناوب آن با زمان، t ، مانند منحنی زیر بدست آید. در این منحنی دو کمیت قابل محاسبه هستند، دوره تناوب P و بیشینه سرعت شعاعی v_0 .



۳

(T12.1) شعاع مداری، a و سرعت مداری سیاره، v_p ، را بر حسب M_S و P محاسبه کنید.

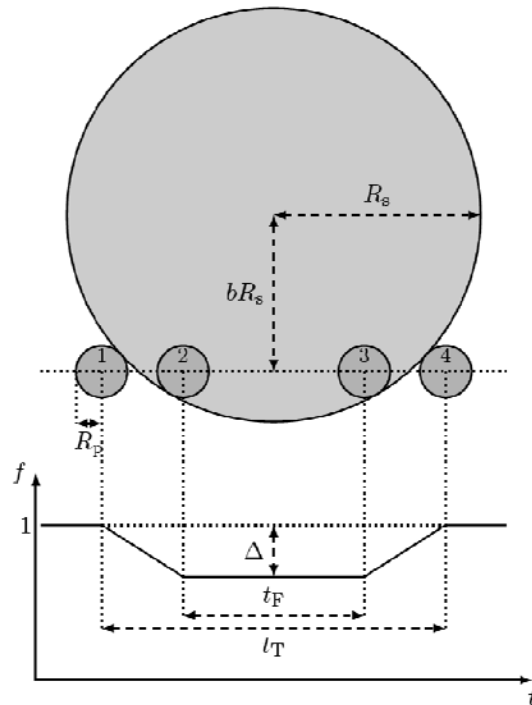
۴

(T12.2) حد پایینی برای جرم سیاره، $M_{p,min}$ ، بر حسب M_S ، v_0 و v_p بدست آورید.

روش گذر:

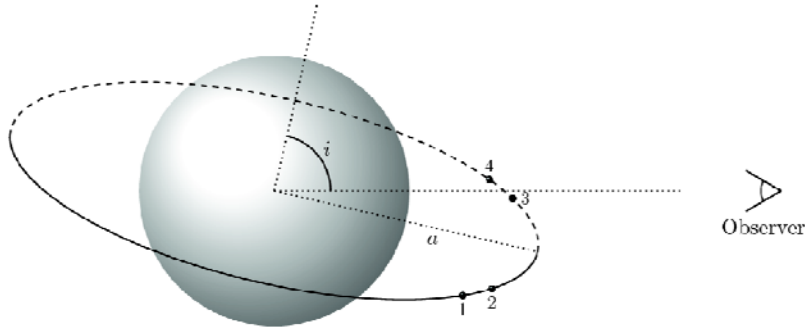
اگر صفحه مداری سیاره، تقریباً لبه‌نما باشد ($i \approx 90^\circ$)، این سیاره به طور تناوبی از جلوی ستاره عبور خواهد کرد. این پدیده باعث کاهش جزئی شار دریافتی از ستاره خواهد شد که قابل اندازه‌گیری است. شکل شماتیک زیر (که البته به مقیاس ترسیم نشده است) چنین حالتی را از دید ناظر نشان می‌دهد که همراه با منحنی نوری این سیستم است (شار نرمال شده، f ، بر حسب زمان، t).

اگر زاویه تمایل i دقیقاً 90° باشد، گذر سیاره از قطر ستاره خواهد بود. برای مقادیر دیگر i ، گذر از یک وتر ستاره خواهد بود که مرکز وتر از مرکز ستاره به اندازه bR_s فاصله دارد (مطابق شکل). در حالتی که هیچ گذری رخ نمی‌دهد، شار دریافتی به ۱ نرمال شده است و بیشینه عمق منحنی نوری مطابق شکل با Δ نشان داده شده است.



چهار نقطه مهم در این گذر، تماس‌های اول، دوم، سوم و چهارم هستند که در شکل بالا به ترتیب با موقعیت‌های ۱ تا ۴ نشان داده شده‌اند. مدت زمان بین تماس دوم و سوم، t_F ، نشان داده شده است؛ به طوری که قرص سیاره با ستاره همپوشانی کامل دارد. فاصله زمانی بین تماس اول و چهارم با t_T نشان داده شده است.

این نقاط در شکل شماتیک زیر هم نشان داده شده‌اند (شکل به مقیاس رسم نشده است).



کمیت‌های قابل اندازه‌گیری در این انتقال عبارتند از Δ و t_F ، t_T ، P

۲ (T12.3) برای i قیدی بر حسب R_S و a بیابید به طوری که یک ناظر دور دست چنین پدیده‌ای را مشاهده کند.

۱ (T12.4) Δ را بر حسب شعاع‌های ستاره و سیاره، R_p و R_S بدست آورید.

۸ (T12.5) t_F و t_T را بر حسب a ، R_p ، R_S ، P و b بدست آورید.

(T12.6) با تقریب اینکه شعاع مداری خیلی بزرگتر از شعاع ستاره باشد، عبارتی برای پارامتر b بر حسب پارامترهای قابل اندازه‌گیری از منحنی نوری بدست آورید.

(T12.7) از نتیجه‌ی قسمت 12.6 استفاده کرده و عبارتی برای نسبت $\frac{a}{R_S}$ بر حسب پارامترهای قابل اندازه‌گیری بدست آورید. در این قسمت از تقریب‌های مناسب استفاده کنید.

(T12.8) نتایج روش تلوتلو خوردن را با روش گذر ترکیب کنید و چگالی متوسط ستاره $\rho_S = \frac{M_S}{4\pi R_S^3/3}$ را بر حسب t_T ، Δ ، t_F و P بدست آورید.

سیاره سنگی است یا گازی:

یک سیستم ستاره-سیاره ی دقیقاً لبه نما ($i = 90^\circ$) را از دید ناظر زمینی در نظر بگیرید (مدار سیاره دایروی است).

جرم ستاره میزبان $1.00 M_\odot$ است. گذرها با دوره تناوب (P) 50.0 روز است. همچنین کل گذر (t_T) در طول مدت 1.00 ساعت انجام می‌شود. عمق گذر $\Delta = 0.0064$ است. چنین سیستمی با روش تلوتلو خوردن نیز بررسی می‌شود و دیده می‌شود که بیشینه سرعت شعاعی $0.400 m s^{-1}$ است.

(T12.9) شعاع مداری سیاره را بر حسب AU و بر حسب متر بدست آورید.

(T12.10) نسبت $\frac{t_F}{t_T}$ را برای این سیستم بدست آورید.

(T12.11) M_p جرم سیاره و R_p شعاع سیاره را بر حسب جرم زمین (M_{\oplus}) و شعاع زمین (R_{\oplus}) بدست آورید. ترکیب سیاره صخره‌ای است یا گازی؟ یکی از گزینه‌های صخره‌ای (ROCKY) یا گازی (GASEOUS) را در پاسخنامه خلاصه این سوال تیک بزنید.

منحنی نوری یک گذر واقعی:

یک گذر سیاره‌ای دقیقاً لبه نما با $i = 90^\circ$ را در نظر بگیرید که ستاره میزبان یک لکه ستاره‌ای مشابه لکه‌های خورشیدی در مرکز دارد. که ابعاد آن با ابعاد سیاره، R_p ، قابل مقایسه است. دوره تناوب دوران اسپینی ستاره میزبان $2P$ است. منحنی نوری شماتیک گذر سیاره از مقابل ستاره را برای 5 گذر کامل سیاره ترسیم کنید. شار غیر گذر (No Transit) برای هر یک از این 5 حالت، مستقلاً به 1 نرمال شده است. فرض کنید که سیاره در اولین گذر، روی لکه ی مرکزی ستاره را نمی‌پوشاند؛ ولی در دومین گذر آن را می‌پوشاند.

(T12.13) در این مساله ما همواره فرض کردیم که روشنایی سطحی ستاره یکنواخت است. در حالی که یک ستاره واقعی تاریکی لبه دارد. منحنی نوری شماتیک گذر را ترسیم کنید به گونه‌ای که اثر تاریکی لبه نیز در آن در نظر گرفته شده باشد.