

(T1) True or False

Determină dacă fiecare din următoarele afirmații este True sau False. Pe Summary Answersheet (foaia de răspuns), bifează răspunsul corect (TRUE / FALSE) pentru fiecare afirmație. Pentru aceste întrebări justificarea nu este necesară.

- (T1.1) Într-o fotografie făcută noaptea, a cerului senin cu lună plină, obținută cu o expunere suficient de mare, culoarea cerului apare albastră ca în timpul zilei. 2
- (T1.2) Un astronom din Bhubaneswar marchează poziția Soarelui pe cer în fiecare zi din an la ora 05:00 UT. Dacă axa Pământului, în fiecare zi din an, este perpendiculară pe planul orbitei, curba descrisă de poziția Soarelui marcată de astronom va fi un arc de cerc. 2
- (T1.3) Dacă perioada de rotație în jurul Soarelui, a unui corp mic, în planul ecliptic este mai mică decât perioada orbitală al lui Uranus, atunci orbita lui trebuie să fie neapărat în interiorul orbitei lui Uranus. 2
- (T1.4) Centrul de masă al sistemului solar este tot timpul în interiorul Soarelui. 2
- (T1.5) Un foton se mișcă liber în spațiu. Într-un Univers aflat în expansiune, impulsul fotonului scade. 2

(T2) Gases on Titan (Atmosfera pe Titan)

Particulele de gaz din atmosfera planetară au o distribuție largă, după viteze. Dacă viteza termică a particulelor unui gaz dat depășește viteza de evadare de 1/6 ori, atunci o mare parte din acest gaz atmosferic va părăsi planeta. Care este masa atomică relativă, A_{min} , a unui gaz ideal monoatomic care rămâne în atmosfera lui Titan? 10

Se cunosc: masa lui Titan $M_T = 1.23 \times 10^{23}$ kg, raza lui Titan $R_T = 2575$ km, temperatura suprafeței lui Titan $T_T = 93.7$ K.

(T3) Early Universe (Universul timpuriu)

Modelele cosmologice indică că densitatea de energie, ρ_r , din Univers este proporțională cu $(1+z)^4$, și densitatea materiei, ρ_m , este proporțională cu $(1+z)^3$, unde z este deplasarea spre roșu. Parametrul adimensional al densității, Ω , este $\Omega = \rho/\rho_c$, unde ρ_c este densitatea critică de energie a Universului. În Universul actual, parametrii de densitate corespunzători radiației și materiei sunt $\Omega_{r_0} = 10^{-4}$, respectiv $\Omega_{m_0} = 0.3$.

- (T3.1) Calculează deplasarea spre roșu, z_e , pentru care densitatea de energie radiantă și densitatea de materie au fost egale. 3
- (T3.2) Presupunând că radiația Universului timpuriu are spectrul unui corp negru cu un vârf la temperatura de 2,732 K, estimează temperatura, T_e , a radiației pentru valoarea z_e a deplasării spre roșu. 4
- (T3.3) Estimează energia tipică fotonului E_ν (în eV), din radiație pentru valoarea z_e a deplasării spre roșu, recepționat de un observator din ziua de astăzi. 3

(T4) Shadows (Umbre)

Un observator din emisfera nordică constată că cea mai scurtă lungime a unui băț vertical de 1,000 m într-o zi a fost de 1,732 m. Găsește latitudinea, ϕ , la care se găsește observatorul și declinația Soarelui, δ_\odot , în acea zi. Presupuneți Soarele a fi o sursă punctiformă și neglijați refracția atmosferică. 10

(T5) GMRT beam tranzit (lățimea de tranzit a GMRT)

Giant Metrewave Radio Telescope (GMRT), unul dintre cele mai mari radiotelescoape din lume (din punct de vedere al lungimilor de undă folosite, de ordinul metrilor), este localizat în vestul Indiei (latitudine $19^\circ 6' N$, longitudine $74^\circ 3' E$). GMRT este alcătuit din 30 de antene parabolice, fiecare cu un diametru de 45,0 m. O singură antenă parabolică a GMRT a fost fixată cu axa ei la o distanță zenitală de $39^\circ 42'$ față de meridianul nordic, astfel încât o sursă radio punctiformă va trece de-a lungul diametrului conului de recepție, când aceasta tranzitează meridianul. 10

Care este timpul de tranzit $T_{transit}$ pentru care această sursă ar fi în FWHM (lățime completă la jumătatea maximului) a conului de recepție a unei singure antene parabolice GMRT la 200 MHz?

Indicație: Mărirea FWHM a lățimii de recepție a unei antene ce operează la o frecvență dată corespunde rezoluției unghiulare a antenei parabolice. Presupune iluminare uniformă.

(T6) **Cepheid Pulsations (Pulsațiile Cefeidei)**

Steaua β -Doradus este o cefeidă variabilă cu perioada de pulsație de 9,84 zile. Facem o simplificare presupunând că luminozitatea ei este cea mai mare când este cel mai contractată (raza fiind R_1) și are luminozitatea cea mai mică când are raza cea mai mare (raza fiind R_2). Pentru simplitate, presupunem că steaua își menține forma sa sferică și are un comportament de corp negru perfect pe întreaga perioadă de pulsație. Magnitudinea bolometrică a stelei este cuprinsă între 3,46 și 4,08. Din măsurători Doppler, suprafața stelei se mărește sau se micșorează cu o viteză radială medie de $12,8 \text{ km s}^{-1}$. De-a lungul perioadei de pulsație maximul radiației termice intrinseci a stelei variază de la 531.0 nm la 649.1 nm.

(T6.1) Aflați raportul dintre raza minimă și raza maximă a stelei (R_1/R_2). 7

(T6.2) Aflați raza minimă și maximă a stelei exprimată în metri. 3

(T6.3) Calculează fluxul stelei, F_2 , când are raza maximă. 5

(T6.4) Găsește distanța până la stea, exprimată în parseci. 5

(T7) **Telescope optics (Optica telescopului)**

Într-o lunetă astronomică cu raportul focal $f/5$, distanța focală a lentilei obiectiv este de 100 cm iar a ocularului este de 1 cm.

(T7.1) Care este grosimentul (mărirea unghiulară), m_0 , a lunetei? Care este lungimea telescopului L_0 , adică distanța obiectiv și ocular. 4

Prin introducerea unei lentile divergente (lentilă Barlow) între lentila obiectiv și focarul imagine al lentilei obiectiv crește mărirea liniară transversală fără modificarea lungimii lunetei. O lentilă Barlow cu distanța focală de 1 cm este introdusă între obiectiv și ocular pentru a dubla mărirea liniară.

(T7.2) La ce distanță, d_B , față de focarul imagine al lentilei obiectiv trebuie așezată lentila Barlow pentru a dubla mărirea liniară? 6

(T7.3) Care este creșterea, ΔL , în lungime a lunetei? 4

Luneta este acum construită cu aceeași lentilă obiectiv și un detector CCD plasat în focarul imagine al obiectivului (fără a mai fi lentila Barlow sau ocularul). Dimensiunea fiecărui pixel al detectorului CCD este de $10 \mu\text{m}$.

(T7.4) Care va fi distanța în pixeli dintre centrele imaginilor a două stele, n_p pe CCD, dacă acestea se găsesc pe cer la $20''$. 6

(T8) **U-Band photometry (Fotometrie în banda U)**

O stea are o magnitudine aparentă $m_U = 15.0$ în banda U. Filtrul U-band este ideal, având transmisia perfectă (100%) în bandă și este complet opac (transmisie 0%) în afara benzii. Filtrul este centrat la 360 nm, și are lățimea de 80 nm. Presupunem că steaua are spectrul plat în raport cu frecvența. Conversia dintre magnitudinea, m , în orice bandă și densitatea de flux, f , a stelei în Jansky ($1 \text{ Jy} = 1 \times 10^{-26} \text{ W Hz}^{-1} \text{ m}^{-2}$) este:

$$f = 3631 \times 10^{-0.4m} \text{ Jy}$$

(T8.1) Estimați numărul de fotoni U-band, N_0 , care provin de la această stea, la incidență normală pe o suprafață de 1 m^2 la intrarea în atmosfera Pământului în fiecare secundă. 8

Această stea a fost observată în U-band folosind un telescop de pe pământ, a cărui oglindă obiectiv are diametrul de 2,0 m. Extincția atmosferică în U-band în timpul observației este de 50%. Poți presupune că observarea prin telescop este limitată de fenomenul de difracție. Luminozitatea medie a cerului nocturn în U-band a fost măsurată și este de $22,0 \text{ mag/arcsec}^2$.

(T8.2) Care este raportul, R , dintre numărul de fotoni recepționați pe secundă de la stea și de la cer, când măsurătoarea s-a făcut printr-o apertură circulară cu diametrul de $2''$? 8

(T8.3) În practică, numai 20% dintre fotonii U-band ce cad pe oglinda obiectiv sunt detectați. Câți fotoni, N_t , de la stea sunt detectați pe secundă? 4

(T9) Mars Orbiter Mission (Misiunea Orbitală Marte)

Misiunea Indiană Orbitală pentru Marte (MOM) a fost lansată utilizând Polar Satellite Launch Vehicle (PSLV) pe 5 Noiembrie 2013. Masa MOM (corp principal + instrumente) a fost de 500 kg; masa combustibilului a fost de 852 kg. Inițial satelitul a fost plasat pe o orbită eliptică în jurul Pământului cu perigeul la înălțimea de 264.1 km și apogeul la înălțimea de 23903.6 km, deasupra suprafeței Pământului. După ce a parcurs orbita menționată de șase ori, MOM a fost transferată pe o orbită de injecție trans-Marte (Hohmann orbit).

Parcurgerea pentru prima dată a acestei noi orbite a fost realizată prin aprinderea motoarelor pentru un interval de timp foarte scurt la perigeu. Motoarele au fost aprinse pentru a schimba orbita fără schimbarea planului orbitei și fără modificarea poziției perigeului. Această manevră a dat satelitului un impuls de $1.73 \times 10^5 \text{ kg m s}^{-1}$. Se va neglija modificarea de masă datorită arderii combustibilului.

(T9.1) Care este înălțimea noului apogeu h_a deasupra suprafeței Pământului, după această manevră? 14

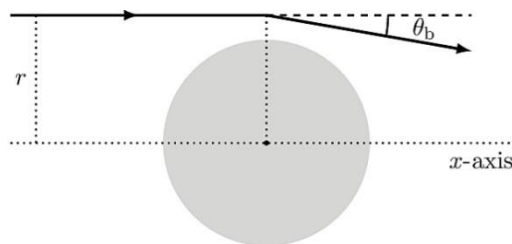
(T9.2) Determinați excentricitatea (e) a noii orbite și noua perioadă orbitală (P) a lui (MOM) în ore. 6

(T10) Gravitational Lensing Telescope (Telescop cu Lentilă Gravitatională)

Teoria generală a relativității a lui Einstein prezice curbarea razelor de lumină apropierea corpurilor masive. Pentru simplificare, presupunem că curbarea luminii are loc la un singur punct pentru fiecare rază de lumină, așa cum se arată în figură. Unghiul de deviație, θ_b , este dat de

$$\theta_b = \frac{2R_{sch}}{r}$$

unde R_{sch} este raza Schwarzschild asociată cu acel corp gravitațional. Noi numim r , distanța de la raza de lumină până la axa x care intră de paralel cu aceasta și care trece prin centrul corpului, ca fiind "parametrul de impact".



Un corp masiv se comportă astfel, oarecum ca o lentilă convergentă. Razele de lumină care vin de la distanță infinită către un corp masiv, și având același parametru de impact r , converg într-un punct de-a lungul axei, la o distanță f_r de centrul corpului masiv. Un observator aflat în acest punct va beneficia de o amplificare foarte mare datorită acestei focalizări gravitaționale. Corpul masiv în acest caz, este utilizat ca un telescop cu Lentilă Gravitatională pentru amplificarea semnalelor îndepărtate.

(T10.1) Luați în considerare posibilitatea ca Soarele ca un telescop cu lentilă gravitațională. Să se calculeze distanța minimă, f_{min} , din centrul Soarelui (în U.A.), la care razele de lumină converg. 6

(T10.2) Să considerăm un mic detector circular de rază a , menținut la o distanță f_{min} centrat pe axa x și perpendicular pe aceasta. Rețineți că numai razele de lumină care trec printr-un anumit inel circular (inel) de lățime h (unde $h \ll R_{\odot}$) în jurul Soarelui s-ar întâlni în detector. Factorul de amplificare pentru detector este definit ca raportul dintre intensitatea luminii incidente pe detector în prezența Soarelui și intensitatea în absența Soarelui. Exprimați factorul de amplificare, A_m , a detectorului în funcție de termenii R_{\odot} și a . 8

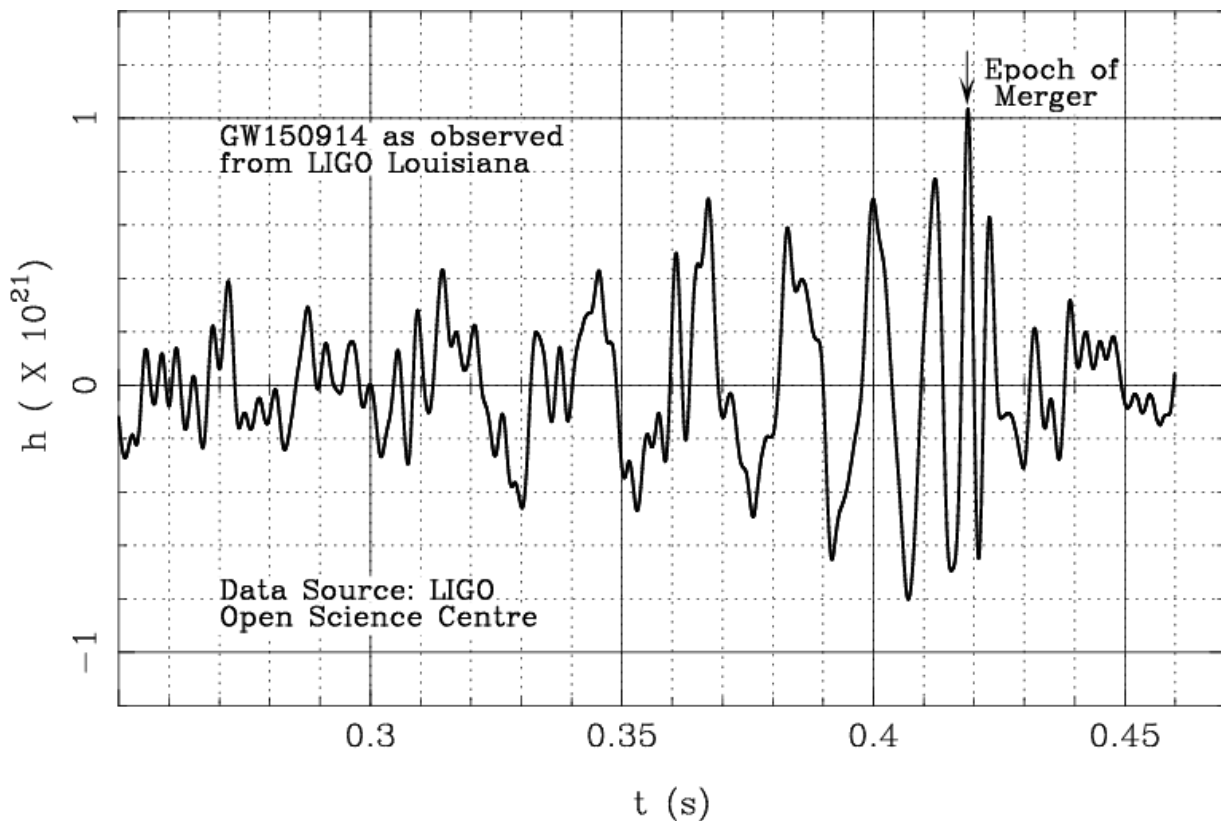
(T10.3) Luați în considerare o distribuție sferică de masă, cum ar fi materia întunecată dintr-un cluster de galaxii, prin care razele de lumină pot trece în timp ce se curbează datorită gravitației. Să presupunem pentru simplitate că pentru curbarea gravitațională cu parametrul de impact, r , numai masa $M(r)$ inclusă în interiorul razei r este relevantă.

6

Care ar trebui să fie funcția de distribuție masică, $M(r)$, astfel încât lentila gravitațională se comportă ca o lentilă optică convergentă ideală?

(T11) **Gravitational Waves (Unde gravitaționale)**

Primul semnal al undelor gravitaționale a fost observat de doi detectori LIGO de la Hanford și Livingston, USA, în septembrie 2015. Una dintre aceste măsurători (intensitate în raport cu timpul exprimat în secunde) este prezentată în figura de mai jos. În această problemă, vom interpreta acest semnal ca descriind mișcarea unui corp de masă mică m în jurul unui corp central de masă mare M ($m \ll M$), luând în considerare mai multe modele pentru natura masei centrale M .



Corpul de masă m pierde energie datorită emisiei undelor gravitaționale. Ca urmare, orbita acestuia se tot micșorează dar rămâne în același plan, până când corpul de masă m ajunge la suprafața corpului central de masă M , sau în cazul unei găuri negre, pe cea mai apropiată orbită circulară stabilă – ISCO – care este dată de $R_{ISCO} = 3R_{Sch}$, unde R_{Sch} este raza Schwarzschild a găurii negre. Aceasta este „epoca fuziunii”. În această situație amplitudinea undei gravitaționale este maximă, ca și frecvența sa, care este întotdeauna dublul frecvenței mișcării orbitale. În această problemă, ne vom concentra numai pe undele gravitaționale emise înainte de fuziune, când se presupun valabile legile lui Kepler. După fuziune, forma undelor gravitaționale se schimbă puternic.

(T11.1) Să considerăm undele gravitaționale observate din figura de mai sus. Estimează perioada de timp, T_0 , iar apoi calculează frecvența, f_0 , a undelor gravitaționale imediat înainte de perioada de fuziune.

3

(T11.2) Pentru orice stea din secvența principală (MS), raza steii R_{MS} , și masa ei, M_{MS} , sunt legate printr-o lege de forma:

$$R_{MS} \propto (M_{MS})^\alpha$$

unde $\alpha = 0,8$ pentru $M_\odot < M_{MS}$
 $\alpha = 1,0$ for $0,08M_\odot \leq M_{MS} \leq M_\odot$

Dacă obiectul central de masă M a fi o stea de pe secvența principală scrie expresia pentru frecvența maximă a undelor gravitaționale, f_{MS} , în funcție de masa stelei exprimată ca (M_{MS}/M_{\odot}) și în funcție de α . 10

(T11.3) Utilizând rezultatele de la punctul anterior, determină cea mai apropiată valoare a lui α pentru care veți obține frecvența maximă posibilă a undelor gravitaționale, $f_{MS,max}$ pentru orice stea de pe secvența principală. Evaluează această frecvență. 9

(T11.4) O stea pitică albă (WD) are o masă maximă de $1.44 M_{\odot}$ (cunoscută ca limita Chandrasekhar) iar relația masă-rază este de forma $R \propto M^{-1/3}$. Raza unei pitice albe cu masa egală cu masa Soarelui este de 6000 km. Găsește cea mai mare frecvență a undelor gravitaționale emise, $f_{WD,max}$, dacă corpul de masă m orbitează o pitică albă. 8

(T11.5) Stelele neutronice (NS) reprezintă un tip special de obiecte compacte ce au masele cuprinse între 1 and $3M_{\odot}$ și razele între $10 - 15$ km. Determinați domeniul de frecvențe ale undelor gravitaționale emise, $f_{NS,min}$ și $f_{NS,max}$, dacă corpul de masă m orbitează o stea neutronică la o distanță egală cu raza stelei neutronice. 8

(T11.6) Dacă corpul de masă m orbitează o gaură neagră (BH), scrie expresia frecvenței undelor gravitaționale emise f_{BH} , în funcție de masa găurii negre, M_{BH} , și masa Soarelui M_{\odot} . 7

(T11.7) Bazându-vă doar pe perioada de timp (sau frecvența) undelor gravitaționale emise înainte de etapa fuziunii, determină care este tipul de obiect de masă M ce poate fi, o stea de pe secvența principală, o pitică albă (WD), o stea neutronică (NS), sau o gaură neagră. Bifează opțiunea corectă în foaia de răspuns. Estimează masa acestui obiect, M_{obj} în unități de mase solare M_{\odot} . 5

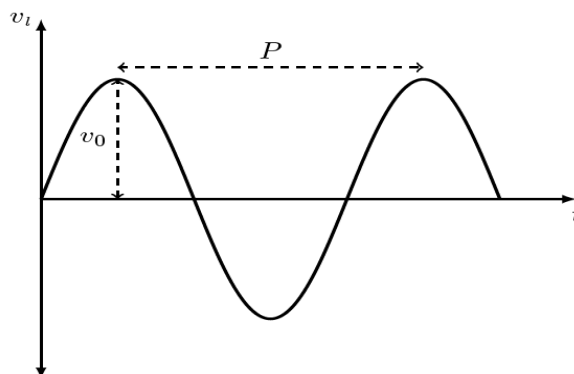
(T12) Exoplanets

Două metode importante de detecție a exoplanetelor (planete care se rotesc în jurul unor stele diferite de Soare) sunt viteza radial (sau așa numita „oscilație”) și metoda tranzitului. În această problemă, vom afla modul în care combinarea rezultatelor acestor două metode dezvăluie o mulțime de informații despre o exoplaneta și steaua gazdă.

În această problemă, considerăm cazul planetei a masei M_p și rază R_p care se deplasează pe o orbită circulară de rază a în jurul unei stele de masă M_s ($M_s \gg M_p$) și rază R_s . Normala la planul orbitei planetei este înclinată la un unghi i față de direcția de vizare ($i = 90^\circ$), ceea ce ar însemna vizarea orbitei edge-on). Presupunem că nu există nici o altă planetă nu orbitează steaua și că $R_s \ll a$.

“Wobble” Method (Metoda „oscilațiilor”):

Când o planetă și o stea orbitează în jurul unui baricentru, steaua este văzută că are o mișcare de „oscilație”, deoarece centrul masă al stelei nu coincide cu baricentrul sistemului stea-planetă. Ca urmare lumina primită de la stea trece suferă o deplasare mică Doppler datorată vitezei de oscilație. Curba de viteză v_l , a stelei poate fi determinată din deplasarea Doppler a unei linii spectrale cunoscute, și variația sa periodică în timpul t , este prezentată în diagrama de mai jos. În diagramă sunt reprezentate, cele două cantități măsurabile în această metodă, și anume perioada orbitală P și valoarea maximă a vitezei v_0 .



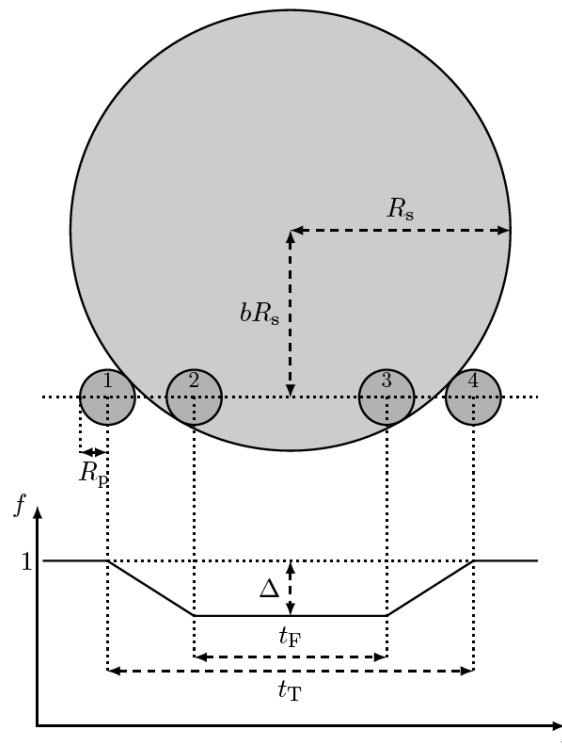
(T12.1) Determinați expresiile pentru raza orbitei (a) și viteza pe orbită (v_p) a planetei în funcție de M_s și P . 3

(T12.2) Obțineți valoarea minimă pentru masa planetei, $M_{p,\min}$ în funcție de M_s , v_0 și v_p . 4

Transit Method (Metoda Tranzitului):

O planetă ce orbitează în jurul propriei stele, pentru orientări ale planului orbitei care sunt aproape de edge-on ($i \approx 90^\circ$), va traversa periodic sau va tranzita prin fața discului stelar văzut de observator. Aceasta determină o ușoară scădere în fluxul stelar observat care poate fi astfel măsurat. În diagrama de mai jos (nu este făcută la scară) se prezintă situația din perspectiva observatorului și rezultă curba de lumină a tranzitului (fluxul normalizat, f , în funcție de timp, t), pentru o strălucire uniformă a discului stelar.

Dacă unghiul de înclinare i este exact 90° , planeta este văzută traversând discul stelar de-a lungul diametrului. Pentru alte valori ale lui i , tranzitul apare de-a lungul unei corzi, care se găsește față de diametrul orizontal la o distanță bR_s așa cum se vede în figură. Fluxul în lipsa tranzitului este normalizat la 1 și adâncimea maximă în timpul tranzitului este Δ .

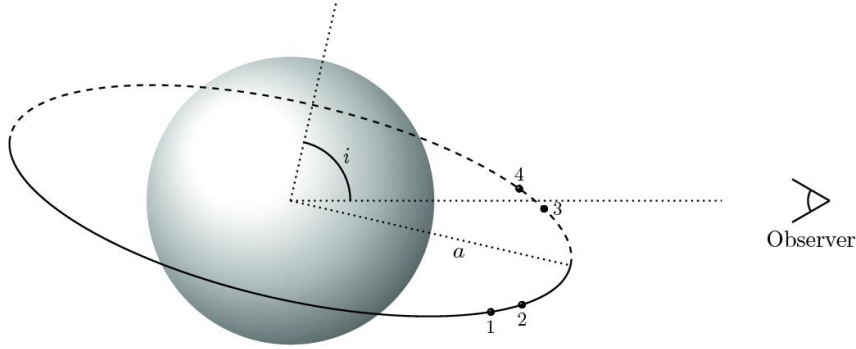


O planetă ce orbitează în jurul propriei stele, pentru orientări ale planului orbitei care sunt aproape de edge-on ($i \approx 90^\circ$), va traversa periodic sau va tranzita prin fața discului stelar văzut de observator. Aceasta determină o ușoară scădere în fluxul stelar observat care poate fi astfel măsurat. În diagrama de mai jos (nu este făcută la scară) se prezintă situația din perspectiva observatorului și rezultă curba de lumină a tranzitului (fluxul normalizat, f , în funcție de timp, t), pentru o strălucire uniformă a discului stelar.

Dacă unghiul de înclinare i este exact 90° , planeta este văzută traversând discul stelar de-a lungul diametrului. Pentru alte valori ale lui i , tranzitul apare de-a lungul unei corzi, care se găsește față de diametrul orizontal la o distanță bR_s așa cum se vede în figură. Fluxul în lipsa tranzitului este normalizat la 1 și adâncimea maximă în timpul tranzitului este Δ .

Cele patru puncte semnificative ale tranzitului sunt: primul, al doilea, al treilea și al patrulea contact, marcate de pozițiile de la 1 la 4 în figura de mai sus. Intervalul de timp dintre al doilea și al treilea contact este dat de t_F , când discul planetei trece peste întregul disc stelar. Intervalul de timp dintre primul și al patrulea contact t_T . Aceste puncte sunt marcate în diagrama de mai jos ce prezintă o vedere dintr-o parte a orbitei (desenul nu este la scală).

Cantitățile măsurabile în metoda tranzitului sunt: P , t_F , t_T și Δ .



(T12.3) Găsește constrângerile asupra lui i în funcție de R_s și a pentru ca tranzitul să fie vizibil pentru orice poziție a observatorului. 2

(T12.4) Găsiți expresia lui Δ în funcție de R_s și R_p . 1

(T12.5) Găsiți expresiile pentru t_T și t_F în funcție de R_s , R_p , a , P și b . 8

(T12.6) În aproximația unei orbite mult mai largi decât raza steii demonstrează că expresia parametrului b este: 5

$$b = \left[1 + \Delta - 2\sqrt{\Delta} \frac{1 + \left(\frac{t_F}{t_T}\right)^2}{1 - \left(\frac{t_F}{t_T}\right)^2} \right]^{1/2}$$

(T12.7) Utilizând rezultatul de la (T12.6), obțineți o expresie pentru raportul a/R_s în funcție de parametrii măsurabili ai tranzitului, folosind aproximațiile adecvate. 3

(T12.8) Combina rezultatele de la metoda „oscilațiilor” și metoda tranzitului, determină densitatea stelară medie $\rho_s \equiv \frac{M_s}{4\pi R_s^3/3}$ în funcție de t_T , t_F , Δ și P . 6

Rocky or gaseous (Pietroasă sau Gazoasă):

Considerăm o edge-on ($i = 90^\circ$) a sistemului stea planetă (orbită circulară pentru planetă), așa cum este văzută de pe Pământ. Se cunoaște masa steii ca fiind $1.00M_\odot$. Tranzitul este observat cu o perioadă (P) de 50,0 zile iar durata totală a tranzitului (t_T) de 1,00 oră. Adâncimea tranzitului Δ este 0,0064. Același sistem este observat cu metoda „oscilațiilor” având o viteză maximă văzute de pe Pământ de 0,400 m/s.

(T12.9) Găsește raza orbitei a a planetei în (U.A.) și în metri. 2

(T12.10) Găsește raportul dintre t_F/t_T al sistemului. 2

(T12.11) Obțineți masa M_p și R_p a planetei în funcție de masa (M_\oplus) și raza Pământului (R_\oplus). Planeta este făcută din rocă sau din gaz? Bifează în căsuța pentru ROCKY sau GASEOUS pe foaia de răspuns (Summary Answersheet). 8

Transit light curves with starspots and limb darkening:

- (T12.12) Considerăm un tranzit planetar cu $i = 90^\circ$, în jurul unei stele care are o pată pe ecuator, comparabilă cu mărimea planetei R_p . Perioada de rotație a stelei este $2P$. Desenează diagramele curbelor de lumină ale tranzitului pentru cinci tranzite succesive ale planetei (în locurile speciale de pe Summary Answersheet). Fluxul în absența tranzitului este normalizat la unitate. Presupune că planeta nu întâlnește pata de pe stea la primul tranzit dar o întâlnește în al doilea. 4
- (T12.13) Până acum în problemă am considerat strălucirea discului stelar ca fiind uniformă. Cu toate acestea discul real al stelei are o regiune întunecată la margini. Desenează schematic curba de lumină a tranzitului când marginile întunecate sunt vizibile la steaua gazdă. 2